

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
I. Електричні кола постійного струму	5
II. Однофазні електричні кола синусоїдального струму	13
III. Трифазні електричні кола	33
IV. Магнітне поле та магнітні кола	45
V. Трансформатори	52
VI. Асинхронні машини	56
VII. Машини постійного струму	64
VIII. Напівпровідникові діоди та випрямлячі	69
ЛІТЕРАТУРА	74

І. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.

Задача 1.1. При проходженні струму $I=10\text{A}$ через джерело ЕРС в одному напрямку напруга між його затискачам $U_1=110\text{В}$, а при тому ж струмі, що проходить в зворотному напрямку напруга $U_2=130\text{В}$ (рис. 1.1).

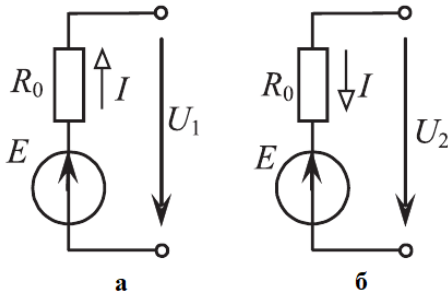


Рис. 1.1

Визначити ЕРС, внутрішній опір джерела та потужність, що віддається ним в зовнішнє коло або отримується з нього.

Розв'язок. Напруга між затискачами джерела пов'язана з його ЕРС E силою струму I та внутрішнім опором R_0 такою залежністю:

$$U = E \pm R_0 I,$$

де мінус відповідає збігу напрямків ЕРС та струму, а плюс –

їх зустрічному напрямку.

Таким чином, для двох заданих режимів джерела ЕРС можна скласти систему двох рівнянь

$$\begin{cases} U_1 = E - R_0 I; \\ U_2 = E + R_0 I. \end{cases}$$

В результаті розв'язку цієї системи рівнянь отримаємо $E=120\text{В}$, $R_0=1\text{Ом}$.

На рис. 1.1,а напрямки ЕРС та струму однакові. Це означає, що дане джерело ЕРС працює в режимі генератора, тобто воно віддає в зовнішнє коло потужність

$$P_1 = U_1 I = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт.}$$

При зустрічному напрямку ЕРС та струму (рис. 1.1,б) джерело ЕРС працює в режимі приймача енергії, споживаючи з зовнішнього кола потужність

$$P_2 = U_2 I = EI + R_0 I^2 = 1200 + 100 = 1300 \text{ Вт.}$$

де EI – електрична потужність, що перетворюється в потужність інших видів, наприклад, енергію, що накопичується у вигляді хімічної енергії акумулятора; $R_0 I^2$ – електрична потужність, що виділяється

Задача 1.2. Два джерела ЕРС ввімкнені за схемою, наведеною на рис. 1.2,а, ЕРС $E_1=80\text{В}$, $E_2=40\text{В}$, внутрішні опори джерел $R_1=2\text{Ом}$, $R_2=1\text{Ом}$, зовнішній опір $R=7\text{Ом}$. 1. Визначити:режими роботи джерел ЕРС; напруги U_{ac} , U_{ab} , U_{bc} . 2. Побудувати потенційну діаграму $\phi(R)$ вздовж контуру кола. 3. Записати та перевірити рівняння балансу потужностей.

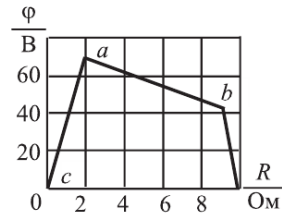
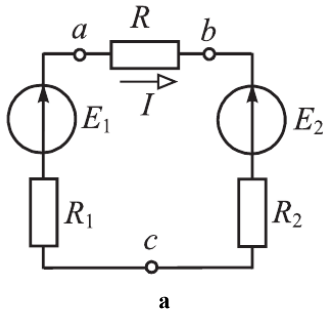


Рис. 1.2

Розв'язок. 1. На основі закону Ома для нерозгалуженого кола струм

$$I = \frac{\sum E}{\sum R_0 + \sum R} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R} = \frac{80 - 40}{2 + 1 + 7} = 4 \text{ А.}$$

Струм I направлений однаково з ЕРС E_1 та протилежний до ЕРС E_2 . Відповідно, джерело ЕРС E_1 працює в режимі генератора, а джерело ЕРС E_2 – в режимі споживача.

Напруга на затискачах ЕРС E_1 (генератора)

$$U_{ac} = E_1 - R_1 I = 80 - 2 \cdot 4 = 72 \text{ В,}$$

на затискачах джерела ЕРС E_2

$$U_{bc} = E_2 - R_2 I = 40 + 1 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

або

$$U_{bc} = E_1 - R_1 I - R I = 44 \text{ В.}$$

На зовнішньому опорі $U_{ab} = R I = 7 \cdot 4 = 28 \text{ В.}$

2. Приймаємо потенціал точки з $\varphi_c = 0$. Тоді:

$$\varphi_a = \varphi_c - R_1 I + E_1 = 0 - 2 \cdot 4 + 80 = 72 \text{ В;}$$

$$\varphi_b = \varphi_a - R I = 72 - 7 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

або

$$\varphi_b = \varphi_c + R_2 I + E_2 = 0 + 1 \cdot 4 + 40 = 44 \text{ В.}$$

Потенційна діаграма, побудована за отриманими даними, зображена на рис. 1.2,б.

3. Рівняння балансу потужностей має вигляд

$$\sum P_{дж} = \sum P_{cn}$$

де $\sum P_{дж}$ - сумарна потужність, що розвивається джерелами енергії;

$\sum P_{cn}$ - сумарна потужність, що споживається в колі.

В даній задачі

$$\sum P_{дж} = E_1 I = 80 \cdot 4 = 320 \text{ Вт};$$

$$\sum P_{сн} = R_1 I^2 + R_2 I^2 + R I^2 + E_2 I = 2 \cdot 16 + 1 \cdot 16 + 7 \cdot 16 + 40 \cdot 4 = 320 \text{ Вт}.$$

Потужність $R_1 I^2 + R_2 I^2 + R I^2 = 160$ Вт перетворюється в теплову в опорах R1, R2, R, потужність $E_2 I = 160$ Вт перетворюється в потужність іншого виду, наприклад в хімічну енергію при зарядці акумулятора.

Задача 1.3. Опір обмотки електричного двигуна, виконаного з мідного провідника, в холодному стані (температура навколишнього середовища $t_1 = 20^\circ\text{C}$) $R_1 = 0,16$ Ом; в нагрітому стані (після тривалого робочого режиму) $R_2 = 0,2$ Ом. Визначити робочу температуру t_2 .

Розв'язок. Температурна залежність опору провідників визначається співвідношенням

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha(t_2 - t_1)),$$

де α -температурний коефіцієнт опору; для міді $\alpha = 0,004$ $1/^\circ\text{C}$.

Знаходимо робочу температуру обмотки двигуна:

$$t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{\alpha R_1} = 20 + \frac{0,2 - 0,16}{0,004 \cdot 0,16} = 82,5^\circ\text{C}.$$

Задача 1.4. До джерела напруги 220В послідовно підключені дві лампи розжарювання з номінальною напругою $U_{ном} = 110$ В та номінальною потужністю $P_{1ном} = 60$ Вт, $P_{2ном} = 200$ Вт. Визначити напругу та потужність кожної лампи, вважаючи їх опори постійними.

Розв'язок. Для визначення напруги на затискачах кожної лампи знаходимо їх опори за номінальними даними:

$$R_1 = \frac{U_{ном}^2}{P_{1ном}} = \frac{110^2}{60} = 202 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{U_{ном}^2}{P_{2ном}} = \frac{110^2}{200} = 60,5 \text{ Ом}.$$

Тоді струм кола

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{201 + 60,5} = 0,84 \text{ А},$$

а опори на затискачах ламп відповідно рівні:

$$U_1 = R_1 I = 169,2 \text{ В}; \quad U_2 = R_2 I = 50,8 \text{ В}.$$

Як бачимо, послідовне з'єднання приймачів різної потужності в даному випадку неприпустиме, оскільки один з них буде знаходитися під підвищеною напругою, інший – під пониженою. Потужність кожного з них при цьому відрізняється від номінальної:

$$P_1 = U_1 I = R_1 I^2 = 142 \text{ Вт}; \quad P_2 = U_2 I = R_2 I^2 = 42,7 \text{ Вт}.$$

Задача 1.5. В колі (рис. 1.3) $U = 72$ В, $R_1 = R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 12$ Ом, $R_4 = 6$ Ом, $R_5 = 4$ Ом. Визначити струму у вітках при розімкненому та замкненому ключі К.

Розв'язок. При замкненому ключі К загальний опір кола

$$R = R_1 + R_{ad} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 9 \text{ Ом.}$$

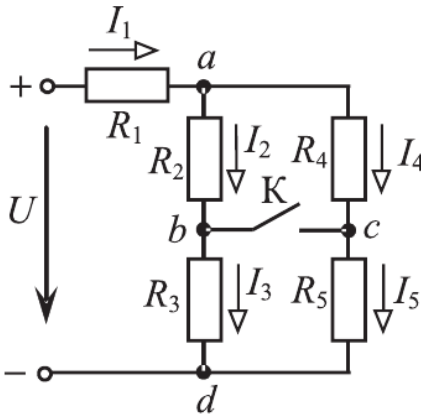


Рис. 1.3

Визначаємо струми у вітках:

$$I_1 = U/R = 72/9 = 8 \text{ А;}$$

$$I_2 = I_3 = \frac{U_{ab}}{R_2 + R_3} = \frac{U - R_1 I_1}{R_2 + R_3} = 3,2 \text{ А}$$

$$I_4 = I_5 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 4,8 \text{ А}$$

При замкненому ключі загальний опір кола

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_{ab} + R_{bd} = \\ &= R_1 + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} = \\ &= 3 + 2 + 3 = 8 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Загальний струм

$$I_1 = U/R = 9 \text{ А.}$$

Напруги на ділянках:

$$U_{ab} = R_{ab} I_1 = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} I_1 = 2 \cdot 9 = 18 \text{ В;}$$

$$U_{bd} = R_{bd} I_1 = 3 \cdot 9 = 27 \text{ В.}$$

Знаходимо струми у вітках:

$$I_2 = U_{ab}/R_2 = 6 \text{ А; } I_3 = U_{bd}/R_3 = 2,25 \text{ А;}$$

$$I_4 = U_{ab}/R_4 = 6 \text{ А; } I_5 = U_{bd}/R_5 = 2,25 \text{ А.}$$

Задача 1.6. Визначити напругу на затискачах джерела (рис. 1.4), якщо відомі опори всіх віток: $R_1=60 \text{ Ом}$, $R_2=100 \text{ Ом}$, $R_3=50 \text{ Ом}$, $R_4=25 \text{ Ом}$, $R_5=50 \text{ Ом}$ і струм $I_5=0,1 \text{ А}$. Перевірити баланс потужностей.

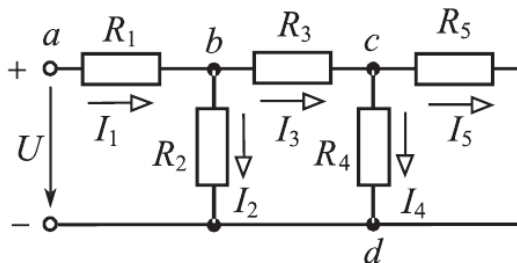


Рис. 1.4

Розв'язок. Напруга на ділянці cd

$$U_{cd} = R_5 I_5 = 5 \text{ В.}$$

Струм I_3 визначаємо за першим законом Кірхгофа для вузла c :

$$I_3 = I_4 + I_5 = 0,3 \text{ А.}$$

Напругу на ділянці bd знаходимо за другим законом Кірхгофа:

$$U_{bd} = R_3 I_3 + R_4 I_4 = 20 \text{ В.}$$

Струм $I_2 = U_{bd} / R_2 = 0,2 \text{ А.}$ Загальний струм кола

$I_1 = I_2 + I_3 = 0,5 \text{ А.}$ Напруга на вході кола $U = R_1 I_1 + U_{bd} = 50 \text{ В.}$ Потужність, що генерується джерелом $P_{дж} = UI_1 = 25 \text{ Вт.}$ Потужність, що споживається приймачами,

$$P_{cn} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = 25 \text{ Вт.}$$

Рівняння балансу потужностей $P_{дж} = P_{cn} = 25 \text{ Вт.}$

Задача 1.7. В колі (рис. 1.5) $E_1=56\text{В}$, $E_3=10\text{В}$, $E_4=80\text{В}$, $R_1=1\text{ Ом}$, $R_2=12\text{ Ом}$, $R_3=4,5\text{ Ом}$, $R_4=10\text{ Ом}$, $R_5=2\text{ Ом}$. Визначити струми віток такими методами: 1) безпосереднього застосування законів Кірхгофа; 2) контурних струмів; 3) вузлових потенціалів.

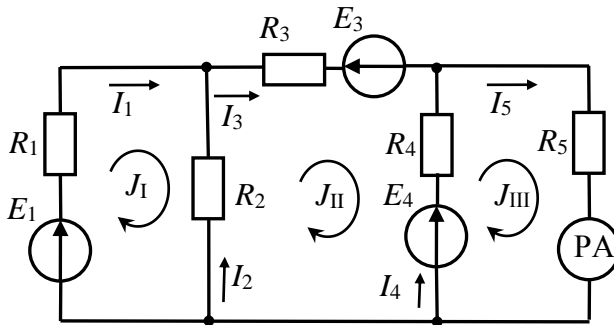


Рис. 1.5

Розв'язок.

1. *Метод законів Кірхгофа.* Довільно позначаємо на схемі напрямки струмів віток. Загальне число рівнянь, які складають за законами Кірхгофа, дорівнює числу невідомих струмів, відповідно числу віток кола m .

Якщо в схемі є n вузлів, то за першим законом Кірхгофа складають $n-1$ рівнянь. Інші $m-(n-1)$ рівнянь записують за другим законом Кірхгофа.

Для даного кола система має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_4 + I_3 - I_5 = 0 \\ E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 \\ -E_3 - E_4 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 \\ E_4 = R_4 I_4 + R_5 I_5 \end{array} \right.$$

Розв'язок отриманої системи рівнянь з п'яти невідомими струмами дає: $I_1 = 8\text{A}$, $I_2 = 4\text{A}$, $I_3 = 4\text{A}$, $I_4 = 6\text{A}$, $I_5 = 10\text{A}$.

2. *Метод контурних струмів.* Число рівнянь, які складають за методом контурних струмів, скорочується до $m-(n-1)$. Довільно позначаємо на схемі (рис. 1.5) позитивні напрямки контурних струмів J_I , J_{II} , J_{III} . Отримуємо за другим законом Кірхгофа рівняння для контурних струмів.

$$\begin{cases} E_1 = (R_1 + R_2)J_I - R_2J_{II}; \\ -E_3 - E_4 = (R_2 + R_3 + R_4)J_{II} - R_2J_I - R_4J_{III}; \\ E_4 = (R_4 + R_5)J_{III} - R_4J_{II}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 56 = 13J_I - 12J_{II}; \\ -90 = -12J_I + 26,5J_{II} - 10J_{III}; \\ 80 = -10J_{II} + 12J_{III}. \end{cases}$$

Результатом розв'язку системи рівнянь є контурні струми: $J_I = 8\text{A}$, $J_{II} = 4\text{A}$, $J_{III} = 10\text{A}$.

Дійсний струм кожної з віток дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів, що проходять по даній вітці:

$$I_1 = J_I = 8\text{A}; \quad I_2 = J_I - J_{II} = 8 - 4 = 4\text{A};$$

$$I_3 = J_{II} = 4\text{A}; \quad I_4 = J_{III} - J_{II} = 6\text{A}; \quad I_5 = J_{III} = 10\text{A}$$

3. *Метод вузлових потенціалів.* Його рекомендується використовувати в тих випадках, коли число складених за цим методом рівнянь $(n-1)$ менше числа рівнянь, складених за методом контурних струмів $(m-n+1)$.

Приймаємо потенціал одного з вузлів, наприклад вузла c (рис. 1.5), рівним нулю. Записуємо систему рівнянь для визначення потенціалів вузлів a та b :

$$\begin{cases} \varphi_a = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_b \frac{1}{R_3} = E_1 \frac{1}{R_1} + E_3 \frac{1}{R_3} \\ \varphi_b = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_a \frac{1}{R_3} = E_4 \frac{1}{R_4} + E_3 \frac{1}{R_3} \end{cases}$$

Розв'язок системи рівнянь дає: $\varphi_a = 48\text{В}$, $\varphi_b = 20\text{В}$.

Струми знаходимо за законом Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_a + E_1}{R_1} = \frac{0 - 48 + 56}{1} = 8\text{A}; \quad I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_2} = \frac{48 - 0}{12} = 4\text{A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_3}{R_3} = 4\text{A}; \quad I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_b + E_4}{R_4} = 6\text{A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = 4 \text{ A}.$$

Контрольні задачі.

1.1. При послідовному з'єднанні двох реостатів опорамі R_1 і R_2 потужність, що розсіюється на другому реостаті, виявилась вдвічі більшою за потужність, що розсіюється на першому. Яким буде співвідношення потужностей, що розсіюються на реостатах, при їх паралельному з'єднанні?

1.2. В нерозгалуженому колі (рис. 1.1.) $E_1=48\text{В}$, $E_2=20\text{В}$, а опори $R_1=4\text{Ом}$, $R_2=3\text{Ом}$. Визначити напругу між точками a та b .

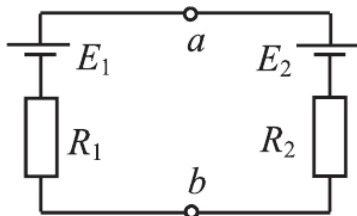


Рис. 1.6

1.3. Розрахувати діаметр та довжину ніхромової проволоч нагрівального елемента електричної плити потужністю 600Вт. Питомий опір ніхрому в нагрітому стані $\rho=1,3\text{мкОм}\cdot\text{м}$, допустима густина струму $8\text{А}/\text{мм}^2$. Напруга мережі 220В.

1.4. Якщо два резистори, з'єднаних послідовно, ввімкнуті в мережу напругою 120В, то струм у колі буди дорівнювати 4,8А. Якщо ж резистори з'єднати паралельно і ввімкнуті в ту ж

мережу, то загальний струм навантаження буде дорівнювати 20А. Чому дорівнюють опори резисторів?

1.5. Три споживача, опори яких рівні R , $2R$, $3R$, ввімкнені паралельно в мережу напругою 120В. Загальна споживана потужність 240Вт. Визначити опір R та потужність кожного споживача.

1.6. Під напругою 120В послідовно ввімкнені дві лампи розжарювання. Вольтметр, який має опір 2000Ом, почергово підключається паралельно до кожної лампи. Показники вольтметра при цьому однакові і рівні 50В. Визначити опір кожної лампи.

1.7. До затискачів акумулятора, ЕРС якого 12В та внутрішній опір 3Ом, постійно приєднане навантаження опором 9Ом. При якому опорі реостата, ввімкненого паралельно навантаженню, в ньому буде розвиватися найбільша потужність? Чому рівна ця потужність?

1.8. Двопровідна лінія довжиною 74м, виконана з мідного провідника, площа перерізу якого 25мм^2 , живить електродвигун. Напруга на початку лінії 230В. Визначити напругу на затискачах електродвигуна, якщо споживана ним потужність 20кВт. Прийняти питомий опір міді $\rho=0,0185\text{мкОм}\cdot\text{м}$.

1.10. Лампа розжарювання, опір якої 242Ом, живиться від електричної мережі по двопровідній лінії з мідного провідника ($\rho=0,0185\text{мкОм}\cdot\text{м}$). Довжина лінії 100м, площа перерізу провідника $1,5\text{мм}^2$. Визначити на скільки відсотків знизиться напруга на лампі, якщо паралельно

їй ввімкнути нагрівальний прилад опором 48,4Ом. Опір лампи розжарювання вважати постійним.

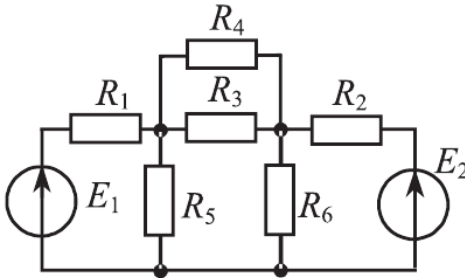


Рис. 1.7

1.11. В колі (рис. 1.2) $E_1=100\text{В}$, $E_2=35\text{В}$, а опори $R_1=R_2=R_3=R_4=40\text{Ом}$, $R_5=30\text{Ом}$. Визначити, при якому значенні опору R_6 струм у вітці з джерелом ЕРС E_2 буде дорівнювати нулю. Знайти всі струми.

1.12. В колі (рис. 1.3) $E_1=120\text{В}$, $R_{01}=2\text{Ом}$, $E_2=88\text{В}$, $R_{02}=8\text{Ом}$, $R_1=R_2=12\text{Ом}$, $R_3=4\text{Ом}$,

$R_4=2\text{Ом}$. Записати рівняння за законами Кірхгофа для визначення струмів у вітках схеми. Визначити струми у вітках методом контурних струмів. Знайти напруги U_1 та U_2 а затискачах джерел.

1.13. Дві батареї, ЕРС яких рівні 4,0В та 4,5В, а внутрішні опори – по 0,1Ом, з'єднані паралельно та працюють на спільне навантаження. Якщо струм першої батареї дорівнює 5А, то чому дорівнює струм навантаження?

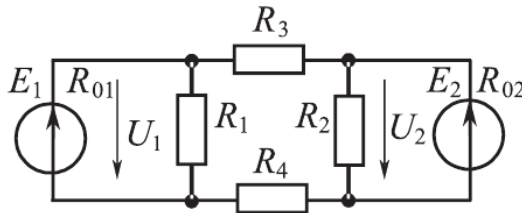


Рис. 1.8

II. ОДНОФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ.

Задача 2.1. Катушка з активним опором $R=20$ Ом і індуктивністю $L=125$ мГн підключена до джерела з напругою $u=311\sin(314t+30^\circ)$ В (рис. 2.1,а). Визначити показники електромагнітних пристроїв, активну, реактивну і повну потужність, коефіцієнт потужності. Побудувати векторну діаграму, трикутники опорів і потужностей. Записати вираз для миттєвих значень струму, активної і реактивної складової напруги.

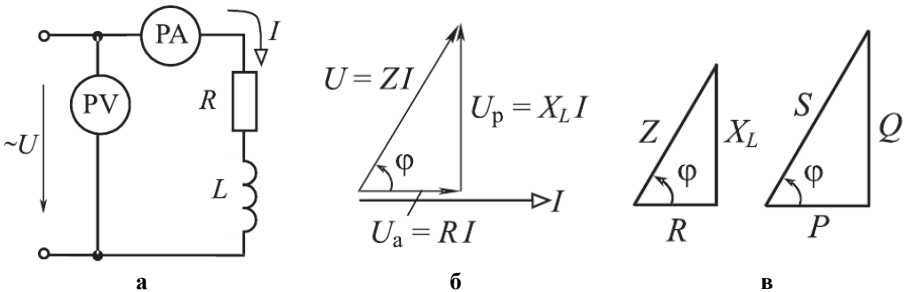


Рис. 2.1

Розв'язок. Індуктивний опір катушки

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 125 \cdot 10^{-3} = 39,3 \text{ Ом.}$$

Повний опір катушки

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + 39,3^2} = 44 \text{ Ом.}$$

Діюче значення напруги (показник вольтметра)

$$U = U_m / \sqrt{2} = 311 / \sqrt{2} = 220 \text{ В.}$$

Діюче значення струму (показник амперметра)

$$I = U / Z = 220 / 44 = 5 \text{ А.}$$

Активна потужність

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,455 = 500 \text{ Вт}$$

або

$$P = RI^2 = 20 \cdot 25 = 500 \text{ Вт,}$$

де коефіцієнт потужності $\cos \varphi = R / Z = 0,455$ ($\varphi = 63^\circ$)

Реактивна потужність

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,893 = 983 \text{ вар}$$

або

$$Q = X_L I^2 = 39,3 \cdot 25 = 983 \text{ вар,}$$

де $\sin \varphi = X_L / Z = 0,893$.

Повна потужність

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1100 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Для побудови векторної діаграми (рис. 2.2,б) визначаємо активну і індуктивну складову напруги:

$$U_a = RI = 100\text{В}; \quad U_p = X_L I = 196\text{В}.$$

Починаємо будувати з вектору струму \vec{I} , потім відкладаємо активну складову напруги \vec{U}_a , яка співпадає по фазі з струмом, і індуктивну \vec{U}_p , випереджаючу струм по фазі на 90° . Трикутники опорів і потужностей наведені на рис. 2.1,в.

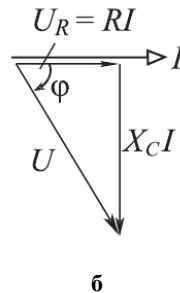
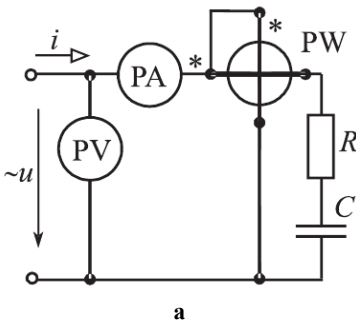
Запишемо вираз для миттєвих значень струму i , активної u_a і реактивної u_p складових напруги:

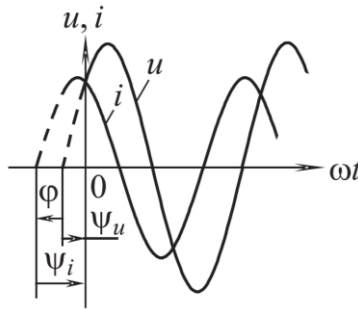
$$i = 5\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ - 63^\circ) = 7,05 \sin(314t - 33^\circ) \text{ А};$$

$$u_a = 100\sqrt{2} \sin(314t - 33^\circ) \text{ В};$$

$$u_p = 196\sqrt{2} \sin(314t - 33^\circ + 90^\circ) = 276 \sin(314t + 57^\circ) \text{ В}.$$

Задача 2.2. В схемі на рис. 2.2. а, $R=10$ Ом, $C=136$ мкФ, $u=179 \sin(314t+45^\circ)$ В. Визначити показники пристроїв. Розрахувати реактивну, повну потужності і кут зсуву фаз напруги і струму. Побудувати векторну діаграму і діаграми $i(\omega t)$, $u(\omega t)$. Записати вираз для миттєвих значень струму кола i і падіння напруги на реостаті (u_R) і конденсаторі (u_C).





В
рис. 2.2

Розв'язок. Ємнісний опір конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 136 \cdot 10^{-6}} = 23,04 \text{ Ом.}$$

Повний опір кола

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 25,4 \text{ Ом.}$$

Діюче значення напруги (показник вольтметра)

$$U = U_m / \sqrt{2} = 179 / \sqrt{2} = 127 \text{ В.}$$

Діюче значення струму (показник амперметра)

$$I = U / Z = 5 \text{ А.}$$

Показник вольтметра (активна потужність кола)

$$P = UI \cos \varphi = 127 \cdot 5 \cdot 0,394 = 250 \text{ Вт або } P = RI^2,$$

де $\cos \varphi = R / Z = 10 / 25,4 = 0,394$.

Кут зсуву фаз напруги і струму

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -66^\circ 48'$$

(мінус каже про те що струм випереджає напругу).

Реактивна потужність

$$Q_C = -X_C I^2 UI \sin \varphi = -585 \text{ вар.}$$

Повна потужність

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 635 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Для побудови векторної діаграми (рис. 2.2,б) визначаємо падіння напруги на реостаті U_R і конденсаторі U_C :

$$U_R = RI = 50 \text{ В}; U_C = X_C I = 117 \text{ В.}$$

Починаємо будувати з вектора струму \vec{I} , однаково для обох ділянок кола. Далі відкладаємо вектори напруги \vec{U}_R , співпадаючого по фазі з струмом, і напруги \vec{U}_C , відстаючого по фазі від струму на кут $\pi/2$.

Запишемо вираз для миттєвих значень струму i і напруги u_R і u_C :

$$\begin{aligned} i &= 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ + 66^\circ 48') = 7,05 \sin(\omega t + 111^\circ 48') \text{ A}; \\ u_R &= 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 111^\circ 48') \text{ B}; \\ u_C &= 117\sqrt{2} \sin(\omega t + 111^\circ 48' - 90^\circ) = 165 \sin(\omega t + 21^\circ 48') \text{ B}. \end{aligned}$$

Діаграми $i(\omega t)$ і $u(\omega t)$ наведені на рис.2.2, в.

Задача 2.3. До джерела напруги $u = 240 \sin(1000t + \pi/12) \text{ B}$ підключена котушка, струм в якій $i = 12 \sin(1000t + \pi/4) \text{ A}$. Побудувати діаграми $u(\omega t)$, $i(\omega t)$ і векторну діаграму напруги та струму. Визначити індуктивність і активний опір котушки.

Розв'язок. Порівняння заданих рівнянь з аналогічними рівняннями синусоїдальної напруги і струму, записаними в загальному вигляді ($u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$), дозволяє визначити наступні величини:

а) амплітудні і діючі значення напруги і струму:

$$U_m = 240 \text{ B}, U = U_m / \sqrt{2} = 170 \text{ B},$$

$$I_m = 12 \text{ A}, I = I_m / \sqrt{2} = 8,5 \text{ A};$$

б) кутову частоту:

$$\omega = 1000 \text{ рад/с};$$

в) початкові фази напруги і струму:

$$\psi_u = \pi / 12 \text{ рад}; \psi_i = -\pi / 4 \text{ рад}.$$

Діаграма зміни миттєвих значень і векторні діаграми амплітудних і діючих значень напруги і струму наведені на рис. 2.3.

З діаграми випливає, що струм відстає по фазі від напруги на кут $\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/12 - (-\pi/4) = \pi/3$ рад.

Повний опір котушки

$$Z = U / I = U_m / I_m = 240 / 12 = 20 \text{ Ом}.$$

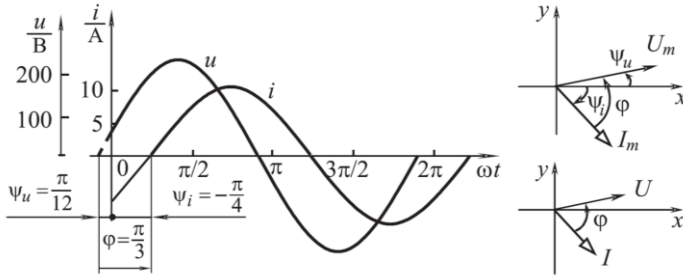


Рис. 2.3

Активний і індуктивний опір котушки

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ Ом}$$

$$X_L = \omega L = Z \sin \varphi = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,3 \text{ Ом.}$$

Індуктивність котушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{17,3}{1000} = 17,3 \text{ мГн.}$$

Задача 2.4. Лампа розжарювання потужністю $P=60\text{Вт}$ з номінальною напругою $U_{\text{ном}}=120\text{В}$ підключена послідовно з конденсатором до мережі синусоїдальної напруги $U = 220\text{В}$. Частота напруги мережі $f = 50\text{Гц}$.

Розрахувати ємність конденсатора, при якому напруга на ламі буде рівна номінальній.

Розв'язок. Струм мережі визначаємо, використовуючи номінальні дані лампи:

$$I = P / U_{\text{ном}} = 60 / 120 = 0,5 \text{ А.}$$

Скориставшись векторною діаграмою (рис.2.4.), знайдемо падіння напруги в конденсаторі:

$$U_C = \sqrt{U^2 - U_{\text{ном}}^2} = \sqrt{220^2 - 120^2} = 184 \text{ В.}$$

Тоді опір конденсатора

$$X_C = U_C / I = 368 \text{ Ом.}$$

Ємність конденсатора

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{10^6}{314 \cdot 368} = 8,65 \text{ мкФ.}$$

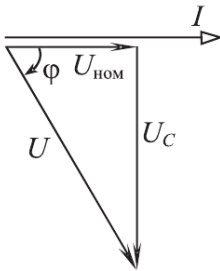


рис. 2.4

Задача 2.5. До джерела з напругою $U = 220\text{В}$ і частотою $f = 50\text{Гц}$ підключили послідовно котушку ($R=40\text{Ом}$, $L=223\text{мГн}$) і конденсатор ємністю $C=31,8\text{мкФ}$ (рис. 2.5,а). 1. Визначити струм, активну, реактивну і повну

потужність кола. Побудувати векторну діаграму. 2. За якої частоти в колі виникає резонанс? Як змінюється при цьому струм і потужність кола?

Розв'язок. 1. В послідовному колі

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL - 1/(2\pi fC))^2}} = \frac{200}{\sqrt{40^2 + (70 - 100)^2}} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А.}$$

Активна потужність кола

$$P = RI^2 = 40 \cdot 4^2 = 640 \text{ Вт.}$$

Повна потужність кола

$$S = UI = 240 \cdot 4 = 800 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Реактивна потужність кола

$$Q = UI \sin \varphi = -\sqrt{S^2 - P^2} = -480 \text{ вар.}$$

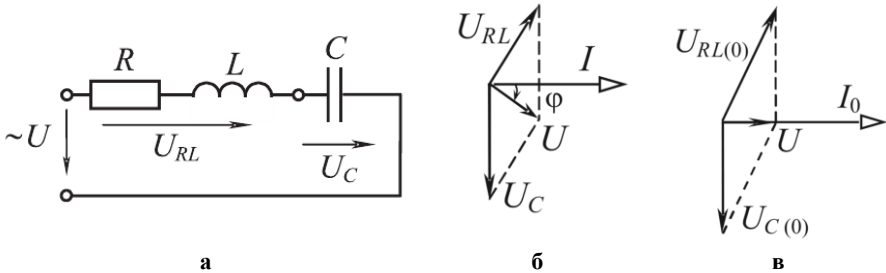


Рис. 2.5

Оскільки ємнісний опір $X_C = 1/(2\pi fC) = 100 \text{ Ом}$ більший за індуктивний опір $X_L = 2\pi fL = 70 \text{ Ом}$, тоді струм випереджає по фазі напругу на кут $\varphi = -36,9^\circ$ ($\text{tg} \varphi = (X_L - X_C)/R = -0,75$).

Знаходимо напругу на котушці і в конденсаторі:

$$U_{RL} = Z_{RL} I = \sqrt{R^2 + X_L^2} I = \sqrt{40^2 + 70^2} \cdot 4 = 322,4 \text{ В;}$$

$$U_C = X_C I = 100 \cdot 4 = 400 \text{ В.}$$

Векторна діаграма струму і напруги наведена на рис.2.5, б.

2. Умовою виникнення резонансу напруг в послідовному колі являється рівність індуктивного та ємнісного опорів: $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, або $2\pi f_0 L = 1/(2\pi f_0 C)$, тому резонансна частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 60 \text{ Гц.}$$

Струм при резонансі має максимальне значення і співпадає по фазі з напругою джерела:

$$I_0 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L - 1/(2\pi f_0 C))^2}} = \frac{U}{R} = 5 \text{ A.}$$

Знаходимо активну, повну і реактивну потужності резонансного кола:

$$P_0 = RI_0^2 = 100 \text{ Вт}; S_0 = UI_0 = 1000 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = 0.$$

Напруга на котушці і конденсаторі в резонансному режимі збільшується:

$$U_{RL(0)} = \sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2} I_0 = 465 \text{ В};$$

$$U_{C(0)} = \frac{1}{2\pi f_0 C} I_0 = 420 \text{ В}.$$

Векторна діаграма струму і напруги в резонансному режимі представлена на рис. 2.5, в.

Задача 2.6. В колі (рис.2.6,а) $U=100 \text{ В}$, $R_1=30 \text{ Ом}$, $R_2=50 \text{ Ом}$, $X_L=90 \text{ Ом}$, $X_C=30 \text{ Ом}$. Побудувати топографічну діаграму і визначити по ній напругу між точками c і e .

Розв'язок. Струм в колі

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_L - X_C)^2}} = 1 \text{ А}.$$

Визначаємо напругу на окремих елементах кола:

$$U_{R1} = R_1 I = 30 \text{ В}; U_L = X_L I = 90 \text{ В};$$

$$U_{R2} = R_2 I = 50 \text{ В}; U_C = X_C I = 30 \text{ В}.$$

Для побудови топографічної діаграми довільно розташовуємо вектор струму (рис.2.6, б) і відносно нього орієнтуємо вектори напруги в тій же послідовності, в якій розташовані елементи кола. При цьому напрямком обходу кола вибираємо протилежним позитивному напрямку струму. З точки e проводимо вектор напруги \vec{U}_C на конденсаторі, відстаючий по фазі від вектора струму на 90° . З кінця вектора \vec{U}_C (точка d) будуємо вектор напруги \vec{U}_{R2} , який співпадає по фазі з вектором струму. Аналогічно відкладаємо решту векторів діаграми. Початки і кінці векторів позначаємо буквами, відповідними точкам схеми.

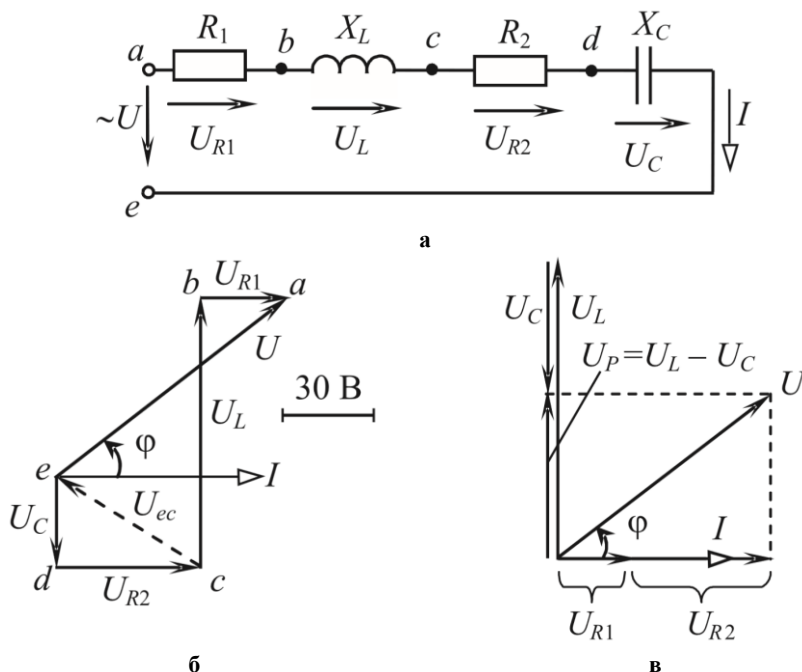


Рис. 2.6

Для того щоб найти напругу між точками c і e , проводимо на топографічній діаграмі вектор U_{ec} , з'єднуючий точки c і e . Вимірявши довжину вектора і помноживши її на прийнятий масштаб, одержуємо $U_{ec} = 58\text{ В}$.

$$\text{Перевірка: } U_{ec} = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} I = 58,3\text{ В.}$$

Для порівняння на рис.2.6, в наведена векторна діаграма, побудована без врахування відповідності порядку розміщення векторів послідовності елементів кола. Недоліком цієї векторної діаграми є неможливість визначення напруги між різними точками кола.

Задача 2.7. До мережі напругою 220 В . послідовно підключені котушка і реостат. Котушка споживає активну потужність $P_1=250\text{ Вт}$ при $\cos \varphi_1 = 0,6$, а реостат $P_2=800\text{ Вт}$ (рис.2.7, а). Визначити струм і коефіцієнт потужності кола.

Розв'язок. Реактивна потужність котушки і кола

$$Q = Q_L = P_1 \tan \varphi_1 = 250 \cdot 1,33 = 332,5\text{ вар.}$$

Активна потужність кола дорівнює сумі активних потужностей обох приймачів:

$$P = P_1 + P_2 = 250 + 800 = 1050\text{ Вт.}$$

Повна потужність кола

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 1100 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Трикутники потужностей котушки і кола наведені на рис.2.7,б.

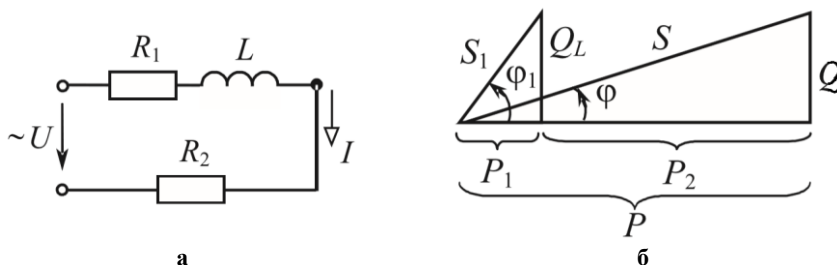


Рис. 2.7

Струм $I = S/U = 1100/220 = 5 \text{ А}$, а коефіцієнт потужності всього кола $\cos \varphi = P/S = 1050/1100 = 0,955$.

Задача 2.8. До кола (рис.2.8,а) прикладена синусоїдальна напруга $u = 311 \sin \omega t \text{ В}$. Активний опір і індуктивність мають наступні значення: $R=100 \text{ Ом}$, $L=156 \text{ мГн}$. Визначити показника амперметрів і побудувати векторну діаграму. Записати вираз для миттєвих значень струмів.

Розв'язок. Індуктивний опір

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 156 \cdot 10^{-3} = 49 \text{ Ом}.$$

Діюче значення напруги

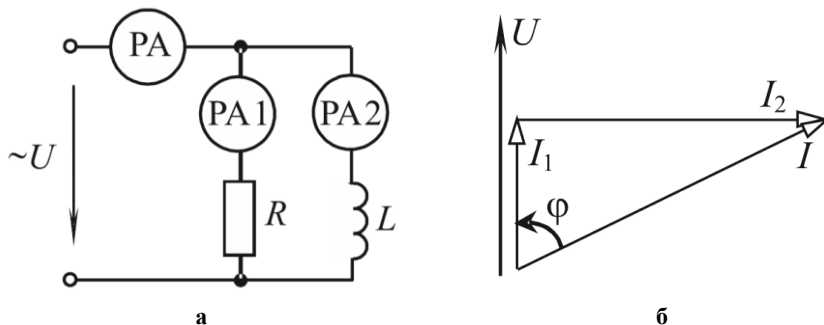


Рис. 2.8

$$U = U_m / \sqrt{2} = 220 \text{ В}.$$

Визначаємо діючі значення струмів в паралельних гілках (показники амперметрів A1 і A2):

$$I_1 = \frac{U}{R} = 2,2 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{U}{X_L} = 4,5 \text{ A}.$$

Струм I в нерозгалуженій частині кола дорівнює векторній сумі знайдених струмів. Для його визначення скористаємось векторною діаграмою.

При побудові векторної діаграми (рис.2.8,б) в якості вихідного вектора зручно буде взяти вектор напруги, загального для паралельних гілок. Струм I_1 співпадає по фазі з напругою, I_2 відстає від напруги на 90° . Загальний струм

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 5 \text{ A}.$$

Кут зміщення фаз

$$\varphi = \arctg \frac{I_2}{I_1} = 64^\circ.$$

Запишемо рівняння миттєвих значень струмів:

$$i_1 = 2,2\sqrt{2} \sin 314t \text{ A}; \quad i_2 = 4,5\sqrt{2} \sin(314t - 90^\circ) \text{ A};$$

$$i = 5\sqrt{2} \sin(314t - 64^\circ) \text{ A}.$$

Задача 2.9. Визначити показники амперметрів в колі (рис.2.9, а), побудувати векторну діаграму струмів і напруги, записати вираз для миттєвих значень струмів, якщо $u = 179 \sin 314t \text{ В}$, $R=50 \text{ Ом}$, $C=77,5 \text{ мкФ}$.

Розв'язок. Ємнісний опір конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 77,5} = 41 \text{ Ом}.$$

Визначаємо діючі значення струмів паралельних віток (показники амперметрів A_1 і A_2):

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R} = \frac{179}{\sqrt{2} \cdot 50} = 2,54 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{U}{X_C} = \frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot X_C} = 3,1 \text{ A}.$$

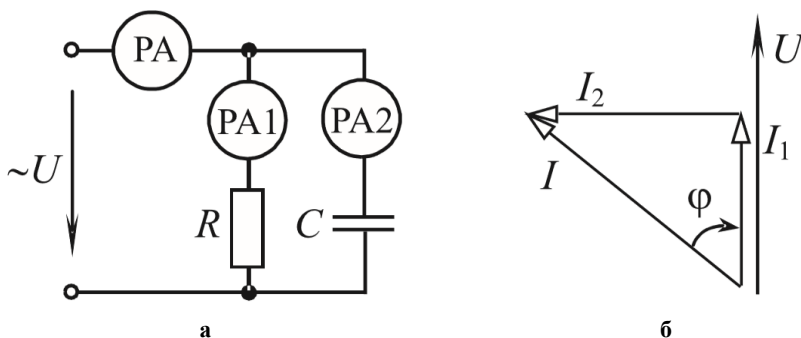


Рис. 2.9

Струм I в нерозгалуженій частині кола дорівнює векторній сумі струмів I_1 і I_2 . Векторна діаграма наведена на рис.2.9, б. Побудови виконані по аналогії з діаграмою до задачі 2.9.

Знаходимо:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 4 \text{ А.}$$

Кут зміщення фаз напруги і струму

$$\varphi = \arctg \frac{I_2}{I_1} = 50^{\circ}40'.$$

Записуємо рівняння для миттєвих значень струмів:

$$i_1 = 2,54\sqrt{2} \sin 314t \text{ А;}$$

$$i_2 = 3,1\sqrt{2} \sin(314t + 90^{\circ}) \text{ А;}$$

$$i = 4\sqrt{2} \sin(314t + 50^{\circ}40') \text{ А.}$$

Задача 2.10. Визначити струми I , I_1 , I_2 , I_3 , I_4 в колі (рис.2.10, а), якщо $R=X_L=X_C=10$ Ом, $U=100$ В. Чому дорівнюють активна, реактивна і загальна потужність кола?

Розв'язок. Паралельні вітки кола знаходяться під однакою напругою U і струми в гілках відповідно дорівнюють:

$$I_1 = \frac{U}{R} = 10 \text{ А; } I_2 = \frac{U}{X_L} = 10 \text{ А; } I_3 = \frac{U}{X_C} = 10 \text{ А.}$$

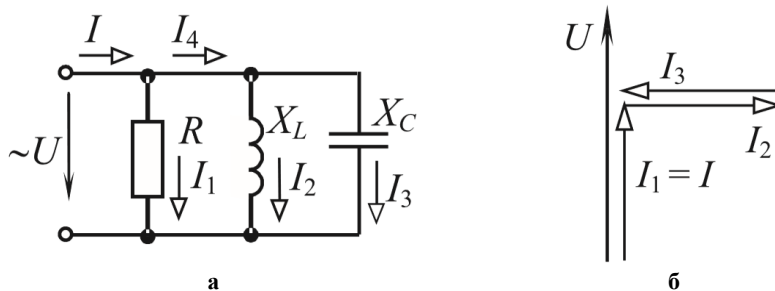


Рис. 2.10

Використаємо векторну діаграму, наведену на рис.2.10, б, для знаходження струмів I і I_4 . Струм I_4 , рівний векторній сумі струмів I_2 та I_3 , рівний нулю, тому що струми I_2 та I_3 протилежні по фазі і компенсують один одного. В колі має місце резонанс струмів. Струм I в нерозгалуженій частині кола, дорівнює векторній сумі струмів I_1 та I_4 , дорівнює струму I_1 , тобто $I=10$ А.

Активна потужність кола

$$P = UI \cos \varphi = RI_1^2 = 1000 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність

$$Q = UI \sin \varphi = X_L I_2^2 - X_C I_3^2 = 0 \text{ вар.}$$

Загальна потужність

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1000 \text{ В} \cdot \text{А}, \cos \varphi = P / S = 1 \text{ ВА.}$$

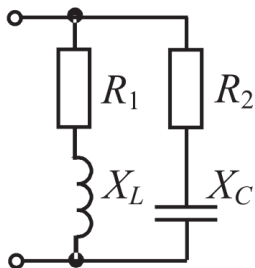
Задача 2.11. В колі (рис.2.11,а) $R_1=3$ Ом, $R_2=4$ Ом, $X_L=8$ Ом, $X_C=3$ Ом. Визначити параметри послідовної і паралельної схем заміщення кола.

Розв'язок. Для одержання параметрів еквівалентної проміжної схеми (рис.2.11, б) розраховуємо активні і реактивні провідності кожної вітки:

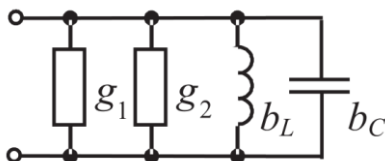
$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0,16 \text{ См};$$

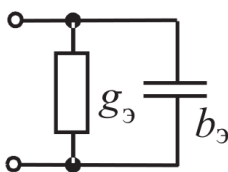
$$b_L = \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = 0,08 \text{ См}; \quad b_C = \frac{X_C}{Z_2^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,12 \text{ См.}$$



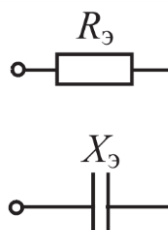
б



б



в



г

Рис.2.11

Якщо підсумувати активні провідності і відняти реактивні (в наслідок їх різного характеру), визначаємо параметри еквівалентної паралельної схеми заміщення кола (рис.2.11,в)

$$g_e = g_1 + g_2 = 0,22 \text{ См}; \quad b_e = b_L - b_C = -0,04 \text{ См(снн).}$$

Використовуючи формули оберненого переходу від провідностей до опору, вираховуємо параметри послідовної схеми заміщення (рис.2.11, г):

$$R_e = \frac{g_e}{y_e^2} = \frac{g_e}{g_e^2 + b_e^2} = 4,4 \text{ Ом};$$

$$X_e = \frac{b_e}{y_e^2} = \frac{b_e}{g_e^2 + b_e^2} = -0,8 \text{ Ом(смн.)}.$$

Аналогічні результати можна одержати і при використанні комплексного методу. Активний і реактивний опори послідовної схеми заміщення кола дорівнюють відповідно дійсній і уявній частинами комплексного опору кола:

$$Z_e = R_e + jX_e = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(R_1 + jX_L)(R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_L + R_2 - jX_C} = \frac{(6 + j8)(4 - j3)}{6 + j8 + 4 - j3} =$$

$$\frac{48 + j14}{10 + j5} = \frac{(48 + j14)(10 - j5)}{(10 + j5)(10 - j5)} = \frac{550 - j100}{125} = (4,4 - j0,8) \text{ Ом}.$$

$$R_e = 4,4 \text{ Ом}; X_e = -0,8 \text{ Ом}.$$

Активна і реактивна провідності паралельної схеми заміщення дорівнюють відповідно дійсній і уявній частинам вхідної комплексної провідності кола:

$$\underline{Y}_e = g_e - jb_e = \frac{1}{Z_e} = \frac{1}{4,4 - j0,8} = (0,22 + j0,04) \text{ См};$$

$$g_e = 0,22 \text{ См}; b_e = -0,04 \text{ См}.$$

Задача 2.12. В колі (рис.2.12, а) $U=220$ В, $R_1=6$ Ом, $X_L=8$ Ом, $R_2=10$ Ом, $X_C=12$ Ом. Визначити струми на ділянках кола і побудувати векторну діаграму. Визначити активні, реактивні і повні потужності кожної гілки і всього кола. Записати рівняння балансу потужностей.

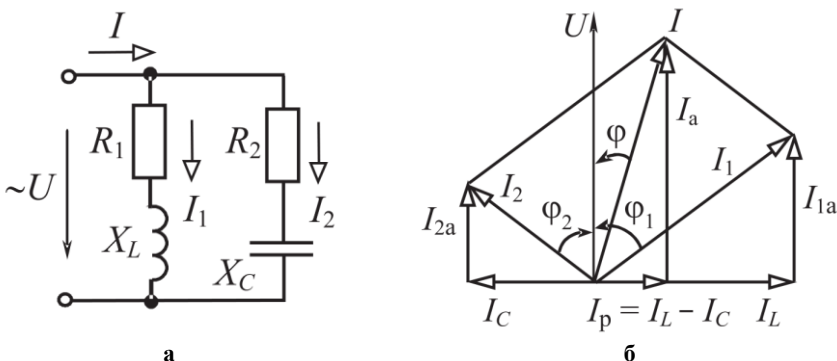


Рис. 2.12

Розв'язок. Визначасмо струми в паралельних вітках:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} = 22 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} = 14,1 \text{ A}.$$

Струм першої гілки відстає по фазі від напруги на кут φ_1 :

$$\sin \varphi_1 = X_L / Z_1 = 0,8; \varphi_1 = 53^\circ.$$

Струм I_2 випереджає напругу на кут φ_2 :

$$\sin \varphi_2 = -X_C / Z_2 = -0,77; \varphi_2 = -50^\circ.$$

Для визначення загального струму I попередньо знаходимо активні і реактивні складові струмів (рис.2.12, б):

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = 13,2 \text{ A}; \quad I_{1p} = I_L = I_1 \sin \varphi_1 = 17,6 \text{ A};$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 9 \text{ A}; \quad I_{2p} = I_C = I_2 \sin \varphi_2 = 10,85 \text{ A}.$$

Тоді

$$I = \sqrt{(I_{1a} + I_{2a})^2 + (I_L - I_C)^2} = 23,2 \text{ A}.$$

Загальний струм можна визначити також з допомогою провідностей кола. Розрахуємо активні і реактивні провідності кожної гілки:

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = 0,06 \text{ См}; \quad b_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = 0,08 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \approx 0,041 \text{ См}; \quad b_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,049 \text{ См}.$$

Повна провідність кола

$$y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_L - b_C)^2} = 0,106 \text{ См}.$$

Струм в нерозгалуженій частині кола

$$I = yU = 23,2 \text{ A}.$$

Векторна діаграма наведена на рис.2.19, б.

Активні потужності гілок:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 2,9 \text{ кВт}; \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 2 \text{ кВт}.$$

Реактивні потужності гілок:

$$Q_L = X_L I_1^2 \approx 3,87 \text{ квар}; \quad Q_C = X_C I_2^2 \approx 2,4 \text{ квар}.$$

Повні потужності гілок:

$$S_1 = UI_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_L^2} = 4,84 \text{ кВ} \cdot \text{А};$$

$$S_2 = UI_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_C^2} = 3,1 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Активна і реактивна потужності, які споживаються з мережі:

$$P = UI \cos \varphi = 4,9 \text{ кВт}, \quad Q = UI \sin \varphi = 1,47 \text{ квар},$$

де $\cos \varphi = g / y = I_a / I = 0,955$; $\sin \varphi = b / y = I_p / I = 0,29$.

Повна потужність кола

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 5,1 \text{кВ} \cdot \text{А} (S \neq S_1 + S_2).$$

Виконується баланс для активних і реактивних потужностей:

$$P = P_1 + P_2; Q = Q_L - Q_C.$$

Задача 2.13. В колі (рис.2.13, а) $U=220$ В, $f=50$ Гц, $R=60$ Ом, $X_L=80$ Ом. Визначити струми кола і ємність конденсатора, якщо в колі має місце резонанс струмів.

Розв'язок. Умовою резонансу струмів є рівність індуктивної і ємнісної провідності гілок ($b_L = b_C$).

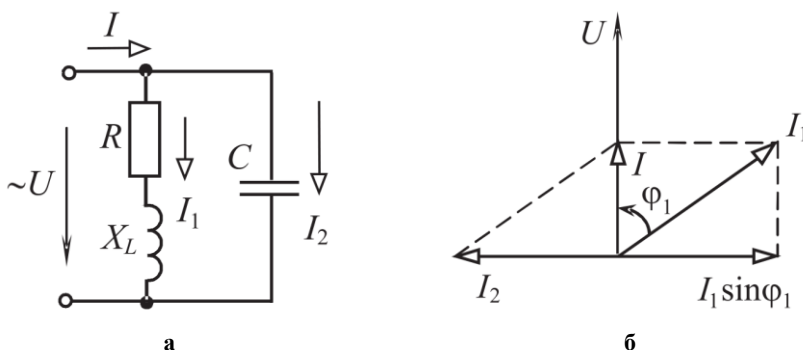


Рис. 2.13

Індуктивна провідність

$$b_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = 0,008 \text{ См.}$$

Ємнісна провідність $b_C = \omega C = 0,008 \text{ См}$, тому ємність конденсатора

$$C = \frac{b_C}{\omega} = \frac{b_C}{2\pi f} = \frac{0,008 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 50} = 25,4 \text{ мкФ.}$$

Визначаємо струм кола:

$$I_1 = y_1 U = \sqrt{g^2 + b_L^2} U = 2,2 \text{ А}; I_2 = b_C U = 1,76 \text{ А};$$

$$I = y U = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} U = g U = 1,32 \text{ А},$$

де $g = \frac{R}{R^2 + X_L^2} = 0,006 \text{ См}$.

На рис.2.13, б наведена векторна діаграма кола в режимі резонансу.

Задача 2.14. В колі (рис.2.14, а) $U=127$ В, $f = 50$ Гц, $R=2$ Ом, $R_1=10$ Ом, $R_2=10,7$ Ом, $X_L=16$ Ом. Визначити ємність, при якій настає резонанс, розрахувати струми. Побудувати топографічну діаграму суміщену з векторною діаграмою струмів. Графічно визначити напругу між точками b і e (U_{be}).

Розв'язок. При резонансі $b_L = b_C$:

$$b_L = \frac{X_L}{(R + R_1)^2 + X_L^2} = 0,04 \text{ См};$$

$$b_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,04 \text{ См.}$$

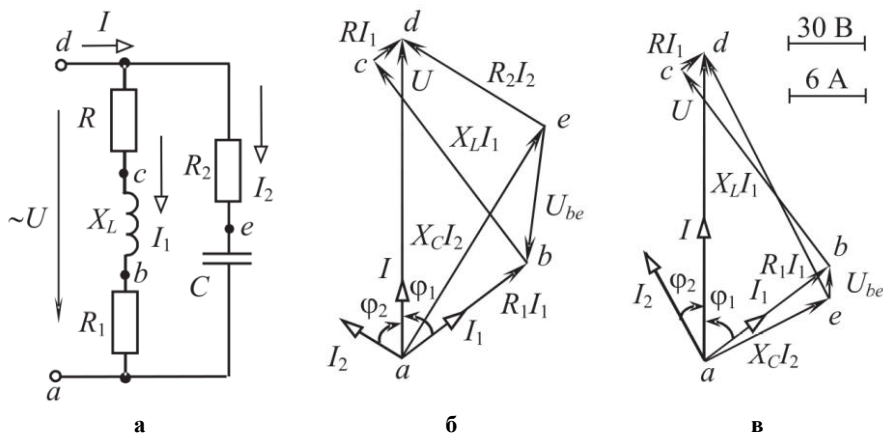


Рис. 2.14

Підставивши числове значення $R_2=10,7$ Ом в останнє співвідношення, отримаємо рівняння

$$X_C^2 = 25X_C + 114 = 0,$$

розв'язок якого має два значення ємнісного опору: X_{C1} і X_{C2} . Далі розраховуємо ємності C_1 і C_2 , при яких можливий резонанс:

$$X_{C1} = 19 \text{ Ом}; \quad C_1 = \frac{10^6}{2\pi f X_{C1}} = 167 \text{ мкФ};$$

$$X_{C2} = 6 \text{ Ом}; \quad C_2 = \frac{10^6}{2\pi f X_{C2}} = 530 \text{ мкФ}.$$

При резонансній ємності $C_1=167$ мкФ активні провідності гілок дорівнюють:

$$g_1 = \frac{R + R_1}{(R + R_1)^2 + X_L^2} = 0,03 \text{ См}; \quad g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0,0225 \text{ См}.$$

В першій вітці струм

$$I_1 = \sqrt{g_1^2 + b_L^2} U = 6,35 \text{ А}$$

відстає за фазою від напруги на кут

$$\varphi_1 = \arctg(b_L / g_1) \approx 53^\circ.$$

В другій гілці струм

$$I_2 = \sqrt{g_2^2 + b_C^2} U = 5,83 \text{ А}$$

випереджає за фазою напругу на кут

$$\varphi_2 = \arctg(-b_C / g_2) \approx -60^\circ.$$

Загальний струм кола

$$I = (g_1 + g_2) U = 6,65 \text{ А}.$$

Він збігається за фазою з напругою.

Векторна діаграма струмів, суміщена з топографічною діаграмою, наведена на рис.2.14, б. Для побудови топографічної діаграми потенціал точки a приймаємо рівний нулю і почергово обходимо вітки кола в напрямку, протилежному позитивному напрямку струмів, відкладемо падіння напруги на елементах кола. В кінцях векторів напруги ставимо букви в відповідності з позначеннями прийнятими на схемі. При цьому $R_1 I_1 = 63,5 \text{ В}$, $X_L I_1 = 102 \text{ В}$, $R I_1 = 12,7 \text{ В}$, $X_C I_2 = 111 \text{ В}$, $R_2 I_2 = 62,4 \text{ В}$.

Відстань між точками b і e на топографічній діаграмі з урахуванням масштабу визначає напругу $U_{be} = 56 \text{ В}$.

Розрахунок при резонансній ємності $C_2 = 530 \text{ мкФ}$ виконується аналогічно:

$$I_1 = 6,35 \text{ А}; \quad \varphi_1 = 53^\circ; \quad I_2 = 10,4 \text{ А}; \quad \varphi_2 = -29^\circ 10'; \quad I = 12,5 \text{ А}; \quad \varphi = 0.$$

Векторна діаграма струмів, суміщена з топографічною в цьому режимі, наведена на рис.2.14, в ($U_{be} = 10 \text{ В}$).

Задача 2.15. Приймач електроенергії споживає активну потужність $P = 5 \text{ кВт}$, при струмі $I_1 = 35 \text{ А}$, напрузі $U = 220 \text{ В}$ і $f = 50 \text{ Гц}$. Розрахувати ємність C конденсаторів, які необхідно включити паралельно приймачу (рис.2.15, а), щоб підвищити $\cos \varphi$ до одиниці. Побудувати векторну діаграму струмів і напруги, трикутники потужностей приймача і кола після підключення конденсаторів.

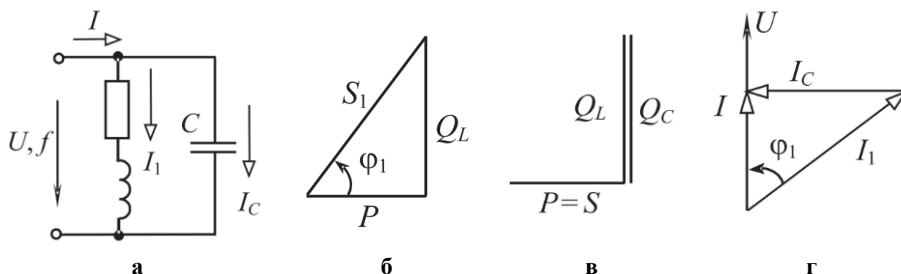


Рис. 2.15

Розв'язок. Оскільки активна потужність приймача $P = UI_1 \cos \varphi_1$, тому коефіцієнт потужності і кут зсуву фаз між напругою і струмом приймача дорівнюють:

$$\cos \varphi_1 = \frac{P}{UI_1} = \frac{5000}{220 \cdot 35} = 0,65; \quad \varphi_1 = 49^\circ 30'.$$

Знаходимо реактивну індуктивну Q_L і повну S_1 потужності приймача:

$$Q_L = P \operatorname{tg} \varphi_1 = 5000 \cdot 1,17 = 5854 \text{ вар};$$

$$S_1 = UI_1 = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 7700 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Трикутник потужностей приймача зображений на рис.2.15, б.

Для підняття коефіцієнта потужності кола до одиниці потрібно, щоб реактивна ємнісна потужність паралельно підключених конденсаторів компенсувала індуктивну потужність приймача, тому.

$$Q_C = Q_L = U^2 / X_C = \omega C U^2 = 2\pi f C U^2.$$

Звідси

$$C = \frac{Q_C}{2\pi f U^2} = \frac{5854 \cdot 10^6}{314 \cdot 220^2} = 386 \text{ мкФ}.$$

При цьому реактивна потужність кола $Q = Q_L - Q_C = 0$, а активна потужність не змінюється і дорівнює повній потужності кола S (рис.2.15, в). Струм який споживається від джерела, зменшується по фазі з напругою. Векторна діаграма струмів і напруги наведена на рис.2.15, г. Тут $I_C = U / X_C = \omega C U = 26,7 \text{ А}$.

Задачу можна розв'язати інакше:

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi) = \frac{5000 \cdot 10^6}{314 \cdot 220^2} (1,17 - 0) = 386 \text{ мкФ}.$$

Задача 2.16. В цеху встановлені три групи приймачів:

1) $P_1 = 9 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_1 = 0,5$, $\varphi_1 > 0$;

$$2) P_2=6 \text{ кВт}, \cos \varphi_2 = 0,707, \varphi_2 > 0;$$

$$3) P_3=10 \text{ кВт}, \cos \varphi_3 = 1,0.$$

Визначити $\cos \varphi$ всього навантаження. Розрахувати потужність конденсаторів, які потрібно включити паралельно навантаженню, для того щоб підвищити коефіцієнт потужності цеху до $\cos \varphi = 0,92$.

Розв'язок. Визначаємо реактивну потужність приймачів:

$$Q_1 = P_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = 9 \cdot 1,73 = 15,6 \text{ квар};$$

$$Q_2 = P_2 \operatorname{tg} \varphi_2 = 6 \cdot 1 = 6 \text{ квар}; \quad Q_3 = P_3 \operatorname{tg} \varphi_3 = 0.$$

З трикутника потужностей всієї нагрузки (рис. 2.16) знаходимо:

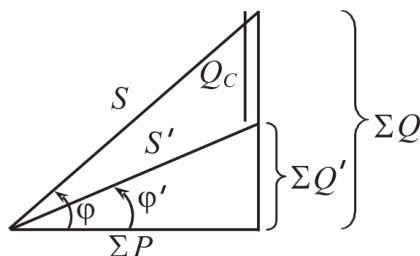


Рис. 2.16

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sum Q}{\sum P} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{21,6}{25} = 0,865; \cos \varphi = 0,75.$$

При підключенні конденсаторів частина індуктивної потужності компенсується ємнісною потужністю конденсаторів. Тоді реактивна потужність, яка надходить з мережі,

$$\sum Q' = \sum P \operatorname{tg} \varphi' = 25 \cdot 0,42 = 10,5 \text{ квар}.$$

Як видно з трикутника потужностей, потужність конденсаторів

$$Q_c = \sum Q - \sum Q' = 21,6 - 10,5 = 11,1 \text{ квар}.$$

Контрольні задачі

Задача 2.17. До джерела синусоїдальної напруги $U=100\text{В}$ підключено послідовно дві котушки, активні і індуктивні опори яких відповідно дорівнюють: $R_1=5\text{Ом}$, $R_2=5\text{Ом}$, $X_1=2\text{Ом}$, $X_2=4\text{Ом}$. Визначити струм, активну, реактивну і повну потужності кола. Побудувати векторну діаграму струму і напруг.

Задача 2.18. До мережі змінного струму напругою $U=220\text{В}$ підключено послідовно два конденсатора, ємності яких $C_1=1\text{мкФ}$ та $C_2=4\text{мкФ}$. Частота напруги мережі $f=50\text{Гц}$. Визначити струм кола та напругу на кожному з конденсаторів.

Задача 2.19. Котушка, індуктивність якої $L=0,1\text{Гн}$ та активний опір $R=3,45\text{ Ом}$, з'єднана послідовно з конденсатором, ємність якого $C=125\text{мкФ}$. Написати рівняння миттєвої напруги джерела, якщо в колі проходить струм $i=10\sin 314t\text{ А}$. Побудувати векторну діаграму струму і напруг.

Задача 2.20. Нагрівальний елемент потужністю 40Вт , розрахований на номінальну напругу 127В , необхідно живити від мережі промислової частоти напругою 220В . Конденсатор якої ємності необхідно включити послідовно з елементом, щоб напруга на ньому дорівнювала номінальній?

Задача 2.21. В колі (рис. 2.17) $u=141\sin 314t\text{ В}$; $R=X_C=100\text{ Ом}$. Визначити показник амперметра та записати рівняння миттєвого значення струму в нерозгалуженій частині кола.

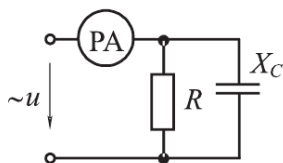


Рис. 2.17

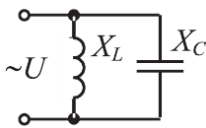


Рис. 2.18

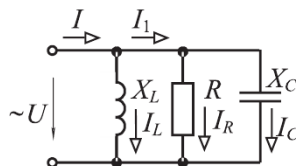


Рис. 2.19

Задача 2.22. В колі (рис. 2.22) $U=220$, $X_L=100\text{ Ом}$, $X_C=200\text{ Ом}$. Визначити діючий струм в нерозгалуженій частині кола. Як повинна змінитися частота джерела, щоб струм в нерозгалуженій частині дорівнював нулю?

III. ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА.

Задача 3.1. В симетричному трифазному колі (рис. 3.1, а) лінійна напруга $U_{л}=380\text{В}$, $R=30\text{ Ом}$, $X_L=40\text{ Ом}$. Визначити струми, активну, реактивну та повну потужності кола: 1) в нормальному режимі роботи; 2) при обриві фази А.

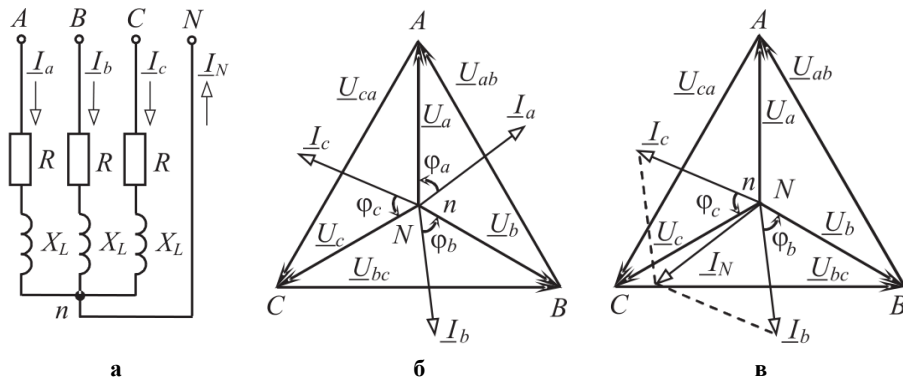


Рис. 3.1

Розв'язок. 1. Нормальний режим. Фазні напруги приймача, з'єднаного зіркою,

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_{л} / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В.}$$

Повний опір фаз приймача

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом.}$$

Струми рівні:

$$I_a = I_b = I_c = U_\phi / Z = 220 / 50 = 4,4 \text{ А.}$$

Струми відстають за фазою від фазних напруг, які їх створюють, на кут

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{3}{5} = 53^\circ$$

та утворюють симетричну систему, тому в нейтральному провіднику струм

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0.$$

Знаходимо потужності:

$$P = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 4,4 \cdot 0,6 = 1750 \text{ Вт;}$$

$$Q = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 4,4 \cdot 0,8 = 2340 \text{ вар;}$$

$$S = \sqrt{3} U_{л} I_{л} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2900 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Векторна діаграма для симетричного режиму представлена на рис. 3.1, б.

2. Обрив у фазі А. Оскільки є нейтральний провідник, то в режимах роботи фаз В та С змін не відбудеться, тобто

$$I_b = I_c = 4,4 \text{ А}; I_a = 0 \text{ А}; \varphi_b = \varphi_c = 53^\circ.$$

Визначасмо потужності:

$$P = P_b = P_c = 2U_\phi I_\phi \cos \varphi = 2 \cdot 220 \cdot 4,4 \cdot 0,6 = 1161 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_b = Q_c = 2U_\phi I_\phi \sin \varphi = 1549 \text{ вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1936 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

В нейтральному провіднику струм

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0 + \underline{I}_b + \underline{I}_c$$

З векторної діаграми (рис. 3.1, в) знаходимо: $I_N = 4,4 \text{ А}$.

Задача 3.2. В чотирьохпровідному трифазному колі (рис. 3.2, а) $R_a = 6 \text{ Ом}$, $X_a = 8 \text{ Ом}$, $R_b = 12 \text{ Ом}$, $X_b = 16 \text{ Ом}$, $R_c = 5 \text{ Ом}$. Лінійна напруга $U_\ell = 380 \text{ В}$. Визначити струми та потужність кола.

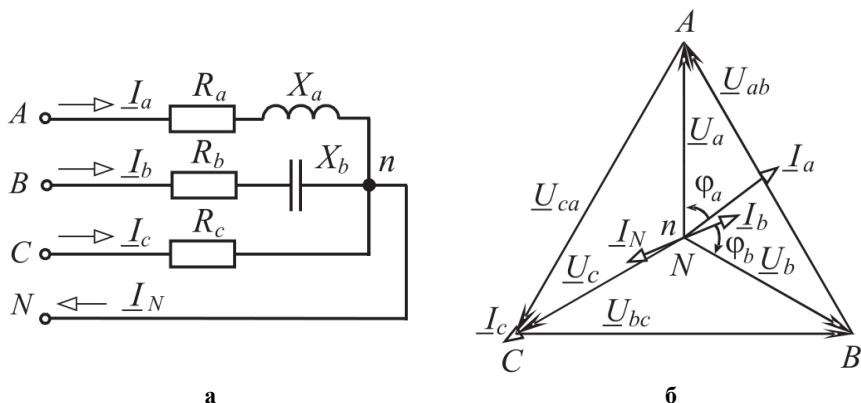


Рис. 3.2

Розв'язок. Повні опори фаз приймача:

$$Z_a = \sqrt{R_a^2 + X_a^2} = 10 \text{ Ом}; Z_b = \sqrt{R_b^2 + X_b^2} = 20 \text{ Ом};$$

$$Z_c = R_c = 5 \text{ Ом}.$$

Фазні напруги генератора та приймача дорівнюють:

$$U_A = U_B = U_C = U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_\ell / \sqrt{3} = 220 \text{ В}.$$

Визначаємо струми:

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a} = 22 \text{ А}; I_b = \frac{U_b}{Z_b} = 11 \text{ А}; I_c = \frac{U_c}{Z_c} = 44 \text{ А}.$$

Коефіцієнти потужності фаз: $\cos \varphi_a = R_a/Z_a = 0,6$ ($\varphi_a > 0$, струм відстає від напруги на кут φ_a); $\cos \varphi_b = R_b/Z_b = 0,6$ ($\varphi_b < 0$, струм випереджає напругу); $\cos \varphi_c = 1$ (струм збігається за фазою з напругою).

Струм в нейтральному провіднику $\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$ визначаємо графічно на основі векторної діаграми (рис. 3.2, б). З неї отримуємо: $\underline{I}_N = 11 \text{ A}$.

Обчислюємо потужності фаз:

$$P_a = U_a I_a \cos \varphi_a = 2904 \text{ Вт};$$

$$P_b = U_b I_b \cos \varphi_b = 1452 \text{ Вт}; P_c = U_c I_c \cos \varphi_c = 9680 \text{ Вт};$$

$$Q_a = U_a I_a \sin \varphi_a = 3872 \text{ вар (характер індуктивний)};$$

$$Q_b = U_b I_b \sin \varphi_b = -1936 \text{ вар (характер ємнісний)}; Q_c = 0.$$

Реактивна потужність кола $Q = Q_a + Q_b = 3872 - 1936 = 1936 \text{ вар}$ (характер індуктивний). Активна потужність кола

$$P = P_a + P_b + P_c = 2904 + 1452 + 9680 = 14036 \text{ Вт}.$$

Повна потужність кола

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{14036^2 + 1936^2} = 14130 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Виконуємо розрахунок комплексним методом. Знаходимо комплексні опори фаз:

$$\underline{Z}_a = R_a + jX_a = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = R_b - jX_b = 12 - j16 = 20e^{-j53^\circ} \text{ Ом}; \underline{Z}_c = R_c = 5 \text{ Ом}.$$

Записуємо комплексні фазні напруги (вважаємо комплексне число \underline{U}_a дійсною величиною):

$$\underline{U}_a = U_\phi e^{j0} = 220 \text{ В};$$

$$\underline{U}_b = U_\phi e^{-j120^\circ} = 220e^{-j120^\circ} = 220(\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) = -110 - j190 \text{ В};$$

$$\underline{U}_c = U_\phi e^{j120^\circ} = 220e^{j120^\circ} = 220(\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) = -110 + j190 \text{ В}.$$

Розраховуємо комплексні струми:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = 22e^{-j53^\circ} = 13,2 - j17,6 \text{ А};$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = 11e^{-j67^\circ} = 4,29 - j10,1 \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = 11e^{j120^\circ} = -22 + j38 \text{ А};$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = -4,51 + j10,3 = 11,2e^{j114^\circ} \text{ А}.$$

Обчислюємо комплексні потужності фаз і кола:

$$\underline{S}_a = \underline{U}_a \underline{I}_a = 220 \cdot 22e^{j53^\circ} = 4840e^{j53^\circ} = 2904 - j3872 \text{ В} \cdot \text{А};$$

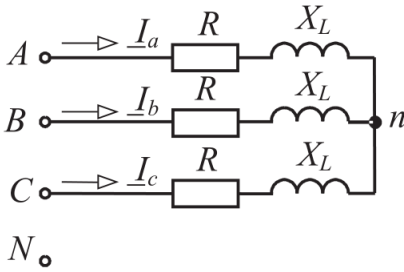
$$\underline{S}_b = \underline{U}_b \underline{I}_b = 220e^{-j120^\circ} \cdot 11e^{j67^\circ} = 2420e^{-j53^\circ} = 1452 - j1936 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c = 220e^{j120^\circ} \cdot 44e^{-j120^\circ} = 9680e^{j53^\circ} = 9680 \text{ В} \cdot \text{А};$$

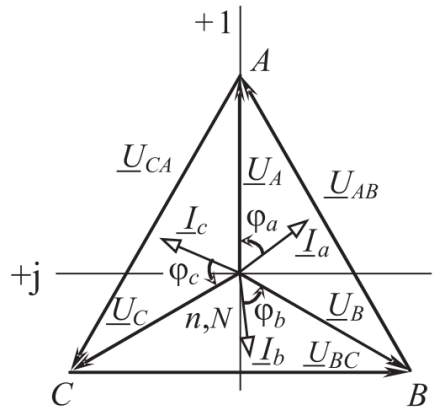
$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 14036 + j1936 = 14130e^{j7,8^\circ} \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Знаходимо активну, реактивну та повну потужності кола: $P=14035\text{Вт}$; $Q=1936\text{вар}$ (характер індуктивний); $S=14130\text{В} \cdot \text{А}$.

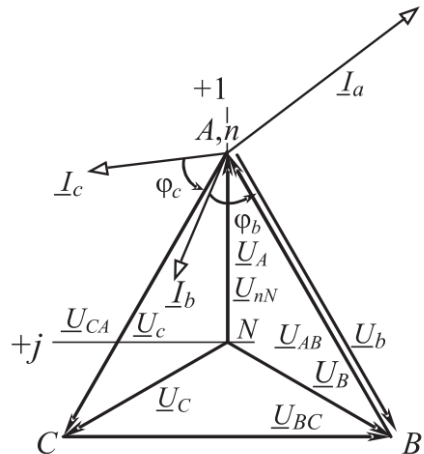
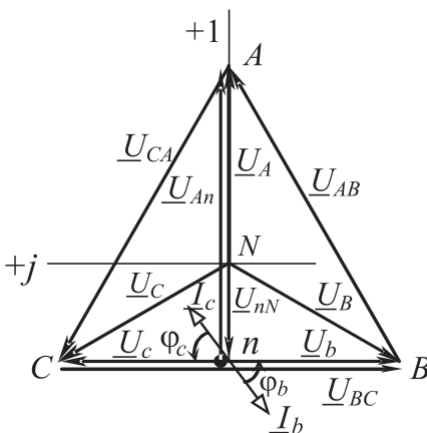
Задача 3.3. В колі (рис. 3.3, а) $U_{\bar{n}}=220\text{В}$, $R=6 \text{ Ом}$, $X_L=8 \text{ Ом}$. Визначити струми та потужності трифазного кола: 1) в симетричному режимі; 2) при обриві лінійного провідника фази А; 3) при короткому замиканні фази А.



а



б



В

Рис. 3.3

Г

Розв'язок. 1. в симетричному режимі фазні напруги мережі живлення та приймача збігаються, тобто:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a; \underline{U}_B = \underline{U}_b; \underline{U}_C = \underline{U}_c;$$

$$U_a = U_b = U_c = U_{\phi} / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Записуємо в комплексній формі фазні напруги приймача (вважаємо \underline{U}_a дійсною позитивною величиною):

$$\underline{U}_a = U_{\phi} e^{j0} = 127 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = U_{\phi} e^{-j120^{\circ}} = 127 e^{-j120^{\circ}} = -63,5 - j110 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_c = U_{\phi} e^{j120^{\circ}} = 127 e^{j120^{\circ}} = -63,5 + j110$$

Розраховуємо струми:

$$\underline{I}_a = \underline{U}_a / \underline{Z}_a = 127 / (6 + j8) = 127 / 10 e^{j53^{\circ}} = 12,7 e^{-j53^{\circ}} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b = 12,7 e^{-j173^{\circ}} \text{ А; } \underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c = 12,7 e^{j67^{\circ}} \text{ А.}$$

Визначаємо потужності:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= P + jQ = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 3\underline{S}_a = 3\underline{U}_a \underline{I}_a = 3 \cdot 127 \cdot 12,7 e^{j53^{\circ}} = \\ &= 4800 e^{j53^{\circ}} = 2900 + j3850 \text{ В} \cdot \text{А,} \end{aligned}$$

звідки активна потужність $P=2900$ Вт, реактивна $Q=3850$ вар, повна $S=4800$ В · А.

2. При обриві лінійного провідника фази А $Z_a = \infty$ та напруга зміщення нейтралі приймача

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\frac{1}{\underline{Z}_a} \underline{U}_A + \frac{1}{\underline{Z}_b} \underline{U}_B + \frac{1}{\underline{Z}_c} \underline{U}_C}{\frac{1}{\underline{Z}_a} + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c}} = \\ &= \frac{\frac{1}{10 e^{j53^{\circ}}} \cdot 127 e^{-j120^{\circ}} + \frac{1}{10 e^{j53^{\circ}}} \cdot 127 e^{j120^{\circ}}}{\frac{1}{10 e^{j53^{\circ}}} + \frac{1}{10 e^{j53^{\circ}}}} = -63,5 \text{ В.} \end{aligned}$$

Обчислюємо фазні напруги та струми приймача:

$$\underline{U}_a = 0; \underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 190,5 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = -j110 = 110 e^{-j90^{\circ}} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = j110 = 110 e^{j90^{\circ}} \text{ В;}$$

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = 0; \quad \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = 11e^{-j143^\circ} \text{ A}; \quad \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = 11e^{j37^\circ} \text{ A}.$$

Знаходимо потужності:

$$\underline{S}_a = 0; \quad \underline{S}_b = \underline{U}_b \underline{I}_b = 110e^{-j90^\circ} \cdot 11e^{j143^\circ} = 726 + j968 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c = 110e^{j90^\circ} \cdot 11e^{-j37^\circ} = 1210e^{j53^\circ} = 726 + j968 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 1452 + j1936 = 2420e^{j53^\circ} \text{ В} \cdot \text{А},$$

звідки активна потужність $P=1452\text{Вт}$, реактивна $Q=1936\text{вар}$, повна $S=2420\text{В} \cdot \text{А}$.

3. При короткому замиканні фази А приймача $Z_a=0$ та напруга зміщення нейтралі приймача

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\frac{1}{\underline{Z}_a} \underline{U}_A + \frac{1}{\underline{Z}_b} \underline{U}_B + \frac{1}{\underline{Z}_c} \underline{U}_C}{\frac{1}{\underline{Z}_a} + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c}} =$$

$$\frac{\underline{U}_A + \frac{1}{\underline{Z}_b} \underline{U}_B + \frac{1}{\underline{Z}_c} \underline{U}_C}{1 + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c}} = \underline{U}_A = 127 \text{ В}.$$

Визначаємо фазні напруги і струми приймача:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 0;$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = -190,5 - j110 = 220e^{-j50^\circ} \text{ В} (\underline{U}_b = -\underline{U}_{AB});$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = -190,5 + j110 = 220e^{j50^\circ} \text{ В} (\underline{U}_c = -\underline{U}_{CA});$$

$$\underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b = 22e^{-j203^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c = 22e^{j97^\circ} \text{ А}.$$

На основі першого закону Кірхгофа для вузла n отримуємо:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_b - \underline{I}_c = 22,9 - j30,4 = 38e^{-j53^\circ} \text{ А}.$$

Знаходимо комплексні потужності:

$$\underline{S} = \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_b \underline{I}_b + \underline{U}_c \underline{I}_c = 220e^{-j150^\circ} \cdot 22e^{j203^\circ} +$$

$$220e^{j150^\circ} \cdot 22e^{-j97^\circ} = 5800 + j7700 = 9600e^{j53^\circ} \text{ В} \cdot \text{А},$$

звідки активна потужність $P=5800\text{Вт}$, реактивна $Q=7700\text{вар}$, повна $S=9600\text{В} \cdot \text{А}$.

Векторні діаграми для всіх трьох режимів зображені на рис. 3.3, б, в, г відповідно.

Задача 3.4. В трифазне коло з лінійною напругою $U_l=220\text{В}$ включені конденсатор ємністю $C=31,8\text{мкФ}$ та дві лампи розжарювання опором

$R=100$ Ом кожна (рис. 3.4,а). Частота $f=50$ Гц. Розрахувати напруги та струми конденсатора та ламп, побудувати векторну діаграму.

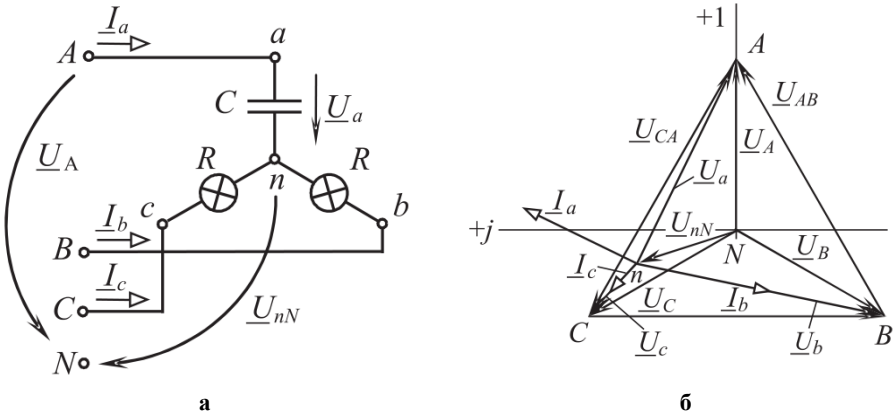


Рис. 3.4

Розв'язок. Ємнісний опір конденсатора

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 31,8 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом.}$$

Знаходимо комплексні провідності фаз приймача:

$$\underline{Y}_a = j \frac{1}{X_a} = j0,01 = 0,01e^{j90^\circ} \text{ См;}$$

$$\underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \frac{1}{R} = 0,01 \text{ См.}$$

Фазні напруги джерела

$$U_\phi = U_l / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Записуємо фазні напруги джерела в комплексній формі (вважаємо \underline{U}_A позитивною дійсною величиною):

$$\underline{U}_A = \underline{U}_\phi e^{j0} = 127 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_\phi e^{-j120^\circ} = 127 e^{-j120^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_\phi e^{j120^\circ} = 127 e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В.}$$

Напруга зміщення нейтралі n приймача

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_a \underline{U}_A + \underline{Y}_b \underline{U}_B + \underline{Y}_c \underline{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = -25 + j76,2 \text{ В.}$$

Визначаємо напруги на фазах приймача:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 152 - j76,2 = 170 e^{-j26,5^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = -38,5 - j186,2 = 190e^{-j101,5^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = -38,5 - j33,8 = 51e^{-j139^\circ} \text{ В}.$$

Розрахуємо струми:

$$\underline{I}_a = \underline{Y}_a \underline{U}_a = 1,7e^{j63,5^\circ} \text{ А};$$

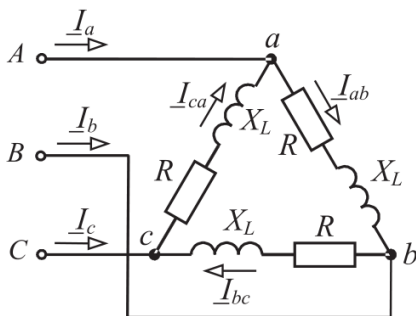
$$\underline{I}_b = \underline{Y}_b \underline{U}_b = 1,9e^{-j101,5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = \underline{Y}_c \underline{U}_c = 0,51e^{j139^\circ} \text{ А}.$$

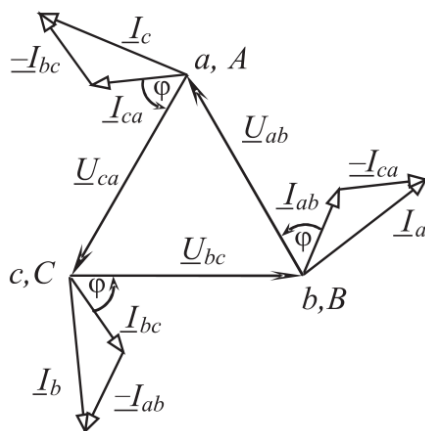
Векторна діаграма, побудована за результатами розрахунків, представлена на рис. 3.4., б.

Схема, наведена на рис. 3.4, а, використовується для дослідного визначення чергування фаз трифазного кола. За фазу А приймається будь-яка з трьох. В неї вмикається конденсатор, а в дві інші фази лампи розжарювання. Тоді фаза, лампа якої розжарюється яскравіше, є фазою яка випереджає фазу В, а фазою С буде фаза з меншим розжарюванням лампи.

Задача 3.5. В колі (рис. 3.5, а) $U_{\text{л}}=220\text{В}$, $R=6\text{ Ом}$, $X_L=8\text{ Ом}$. Визначити лінійні струми та активну потужність кола: 1) при нормальному режимі роботи; 2) при обриві фази ab ; 3) при обриві лінійного провідника А.



а



б

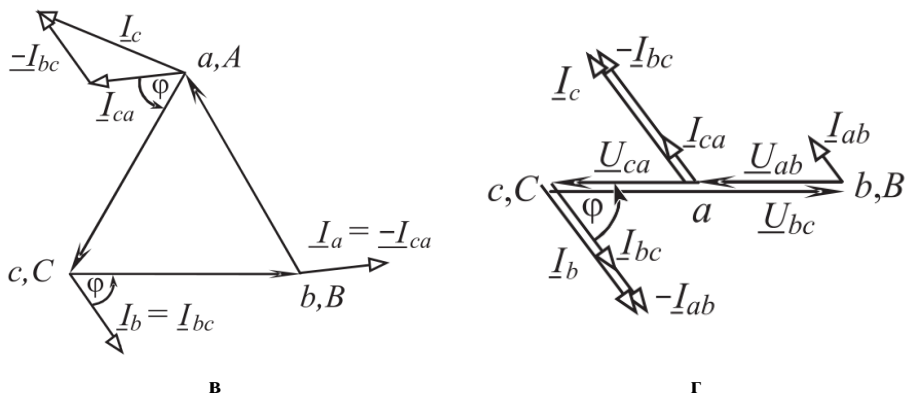


Рис. 3.5

Розв'язок. Знаходимо фазні струми навантаження:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 22 \text{ А.}$$

Фазні струми відстають за фазою від відповідних напруг на кут $\varphi = \arctg X_L/R = 53,2^\circ$ (рис. 3.5, б).

Лінійні струми знаходимо за першим законом Кірхгофа (рис. 3.5, а):

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \quad \underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \quad \underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}.$$

При симетричному навантаженні (векторна діаграма на рис. 3.5, б)

$$I_a = I_b = I_c = \sqrt{3}I_{\phi} = 38 \text{ А.}$$

Активна потужність

$$P = \sqrt{3}U_{\Delta}I_{\Delta} \cos \varphi = 3RI_{\phi}^2 = 8,72 \text{ кВт.}$$

2. При обриві у фазі *ab* (векторна діаграма рис.3.5, в) струми дорівнюють відповідно:

$$I_{ab} = 0; \quad \underline{I}_a = -\underline{I}_{ca}; \quad I_a = I_{ca} = 22 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc}; \quad I_b = I_{bc} = 22 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}; \quad I_c = \sqrt{3}I_{\phi} = 38 \text{ А.}$$

Активна потужність

$$P = RI_{bc}^2 + RI_{ca}^2 = 2RI_{\phi}^2 = 5,81 \text{ кВт.}$$

3. При обриві лінійного провідника А напруги та струми фаз *ab* та *ca* зменшуються вдвоє:

$$U_{ab} = U_{ca} = \frac{U_{bc}}{2} = 110 \text{ В;}$$

$$I_{ab} = I_{ca} = \frac{I_{bc}}{2} = \frac{U_{\Delta}}{2\sqrt{R^2 + X_L^2}} = 11 \text{ А.}$$

Для знаходження лінійних струмів будемо векторну діаграму (рис. 3.5, г) на основі рівнянь:

$$\underline{U}_{bc} = -\underline{U}_{ab} - \underline{U}_{ca}; \quad \underline{I}_a = 0; \quad \underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \quad \underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}.$$

З діаграми випливає, що

$$I_b = I_c = I_{bc} + I_{ab} = 22 + 11 = 33 \text{ А.}$$

Активна потужність

$$P = RI_{ab}^2 + RI_{bc}^2 + RI_{ca}^2 = 4,36 \text{ кВт.}$$

Задача 3.6. Приймач, кожна з фаз якого має опір Z , ввімкнений трикутником на лінійну напругу U_{Δ} . Як зміниться струм і потужність приймача при підключенні його зіркою?

Розв'язок. При з'єднанні трикутником струм і потужність дорівнюють відповідно:

$$I_{\Delta\Delta} = \sqrt{3}I_{\phi\Delta} = \sqrt{3}\frac{I_{\Delta}}{Z}; \quad P_{\Delta} = \sqrt{3}U_{\Delta}I_{\Delta\Delta} \cos \varphi.$$

При з'єднанні зіркою

$$I_{\Delta Y} = I_{\phi Y} = \frac{U_{\phi}}{Z} = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}Z}; \quad P_Y = \sqrt{3}U_{\Delta}I_{\Delta Y} \cos \varphi.$$

Знаходимо:

$$\frac{I_{\Delta\Delta}}{I_{\Delta Y}} = \frac{\sqrt{3}\frac{U_{\Delta}}{Z}}{\frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}Z}} = 3; \quad \frac{P_{\Delta}}{P_Y} = \frac{I_{\Delta\Delta}}{I_{\Delta Y}} = 3; \quad \frac{I_{\phi\Delta}}{I_{\phi Y}} = \sqrt{3}.$$

Таким чином, лінійні струми і потужність приймача зменшаться в 3 рази, а фазні струми – в $\sqrt{3}$ разів.

Задача 3.7. В колі (рис. 3.6, а) $U_{\Delta}=380\text{В}$, $R_1=X_C=100\text{ Ом}$, $R_2=80\text{ Ом}$, $X_L=60\text{ Ом}$. Визначити лінійні струми, активну і реактивну потужності кола.

Розв'язок. При розв'язку задачі використаємо комплексний метод. Приймаємо $\underline{U}_{ab}=380\text{В}$, тобто суміщаємо вектор даної лінійної напруги з віссю дійсних величин комплексної площини (рис. 3.8, б). Тоді:

$$\underline{U}_{bc} = 380e^{-j120^\circ} \text{ В; } \underline{U}_{ca} = 380e^{-j240^\circ} = 380e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Визначаємо фазні струми:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{\underline{U}_{ab}}{R_2 + jX_L} = \frac{380}{80 + j60} = \frac{380}{100e^{j37^\circ}} = 3,8e^{-j37^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{\underline{U}_{bc}}{-jX_C} = \frac{380e^{-j120^\circ}}{-j100} = \frac{380e^{-j120^\circ}}{100e^{-j90^\circ}} = 3,8e^{-j30^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{\underline{U}_{ca}}{R_1} = \frac{380e^{j120^\circ}}{100} = 3,8e^{j120^\circ} \text{ A.}$$

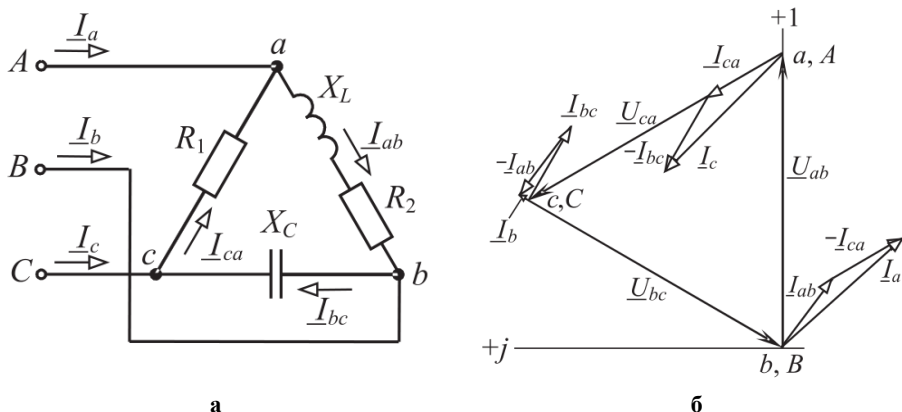


Рис. 3.6

Відмітимо, що $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_{\phi} = 100 \text{ Ом}$ та модулі струмів рівні $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 3,8 \text{ A}$.

Лінійні струми знаходимо за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 3,8e^{-j37^\circ} - 3,8e^{j120^\circ} = 4,94 - j5,57 = 7,45e^{-j48,5^\circ} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = 3,8e^{-j30^\circ} - 3,8e^{-j37^\circ} = 0,25 + j0,38 = 0,45e^{j57^\circ} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 3,8e^{j120^\circ} - 3,8e^{-j30^\circ} = -5,19 + j5,19 = 7,3e^{j135^\circ} \text{ A.}$$

Векторна діаграма напруг та струмів представлена на рис. 3.8, б.

Повна, активна та реактивна потужності кола

$$\underline{S} = \underline{S}_{ab} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = \underline{U}_{ab}\underline{I}_{ab} + \underline{U}_{bc}\underline{I}_{bc} + \underline{U}_{ca}\underline{I}_{ca} = 2,6 - j0,58 \text{ кВ} \cdot \text{ A;}$$

$$P = 2,6 \text{ кВт; } Q = -0,58 \text{ вар (смісний характер).}$$

Контрольні задачі

Задача 3.7. Записати комплексні вирази фазних та лінійних ЕРС симетричного трифазного генератора, обмотки якого з'єднанні зіркою. Початкову фазу ЕРС \underline{E}_A прийняти рівною нулю.

Задача 3.8. В трифазне коло з лінійною напругою 220В ввімкнений симетричний приймач, опори кожної фази якого $R=2\text{ Ом}$, $X_L=9,8 \text{ Ом}$. Визначити лінійний струм та активну потужність, що споживається приймачем, при з'єднанні його фаз: а) зіркою; б) трикутником. Побудувати векторні діаграми.

Задача 3.9. В фази А та В чотирипровідного кола ввімкнені резистори опором $R=10 \text{ Ом}$, в фазу С – конденсатор ємністю $X_C=20 \text{ Ом}$;

лінійна напруга кола $U_{\bar{}}=220\text{В}$. Визначити струм в нейтральному провіднику та активну потужність трифазного кола. Побудувати векторну діаграму.

Задача 3.10. В фазу А чотирипровідного кола ввімкнена котушка індуктивності ($R_a=0$), в фазу В – резистор, в фазу С – конденсатор. Опори фаз рівні 100 Ом кожна, $U_{\bar{}}=380\text{В}$. Визначити струм в нейтральному провіднику, активну та реактивну потужності трифазного кола.

Задача 3.11. В колі (рис. 3.7) $U_{\bar{}}=220\text{В}$, $R=X_C=100\text{ Ом}$. Визначити лінійні струми та побудувати векторну діаграму.

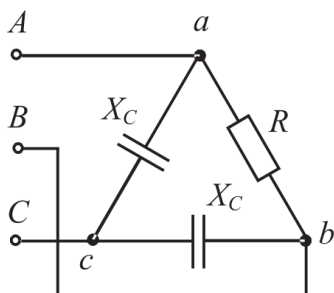


Рис. 3.7

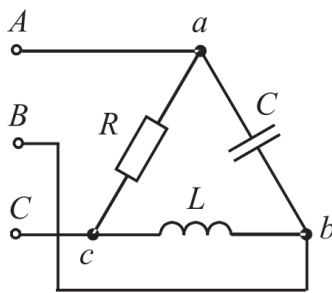


Рис. 3.8

Задача 3.12. Визначити лінійні струми в колі (рис. 3.8), якщо всі фазні струми $I_{\phi}=1\text{А}$.

IV. МАГНІТНЕ ПОЛЕ ТА МАГНІТНІ КОЛА.

Задача 4.1. В результаті короткого замикання в тролейбусній лінії струм досяг значення $I=1\text{кА}$ (рис. 4.1). Визначити зусилля, що діють на провідники одного прольоту лінії довжиною $l=40\text{м}$. Відстань між провідниками $a=40\text{см}$. Чи зміняться зусилля, якщо I – діюче значення синусоїдального струму?

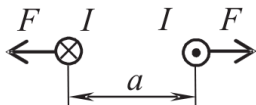


Рис. 4.1

Розв'язок. Напрямок зусиль, визначений за правилом лівої руки, показано на рис. 4.1.

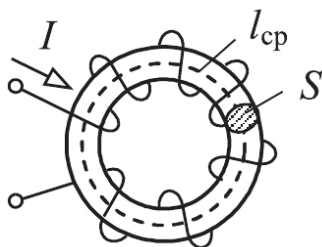
Зусилля на кожний провідник одного прольоту

$$F = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi a} l = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6}{2\pi \cdot 0,4} \cdot 40 = 20 \text{ Н.}$$

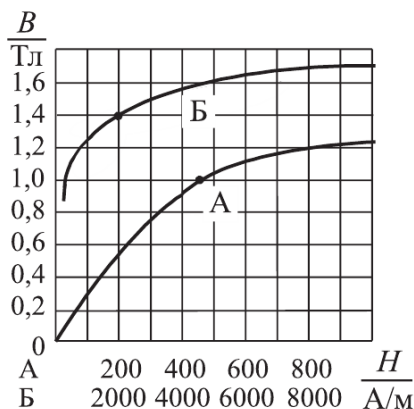
(Це зусилля відповідає вазі тіла масою $m = F/g = 20/9,8 = 2,04 \text{ кг}$).

При проходження по провідникам синусоїдального струму $I=1\text{кА}$ зусилля на провідник будуть змінюватися (з подвоєною частотою струму) від нуля до максимального значення, що визначається амплітудою струму $I_m = \sqrt{2}I$. При квадратичній залежності зусилля від миттєвого значення струму це дає подвоєння зусилля до $F_m = 2F = 40 \text{ Н}$.

Задача 4.2. На кільцевому осерді розміщено обмотку з числом витків $\omega=100$. Площа перерізу осердя $S=5\text{см}^2$, довжина середньої лінії $l=25\text{см}$ (рис. 4.2, а). Визначити струм в обмотці, при якому магнітний потік в осерді $\Phi=7 \cdot 10^{-4}\text{Вб}$, якщо матеріал осердя: а) неферомагнітний; б) електротехнічна сталь (крива намагнічування сталі приведена на рис. 4.2, б).



а



б

Рис. 4.2

Розв'язок. Магнітні індукції в осерді з ферромагнітного матеріалу та електротехнічної сталі однакові:

$$B_0 = B = \frac{\Phi}{S} = \frac{7 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \text{ Тл.}$$

а) Напруженість магнітного поля в осерді з ферромагнітного матеріалу

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Струм в обмотці

$$I_1 = \frac{l_{cp} H_0}{\omega} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 1,12 \cdot 10^6}{100} = 2800 \text{ А.}$$

Індуктивність котушки

$$L_1 = \frac{\omega \Phi}{I_1} = \frac{100 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{2800} = 0,025 \text{ мГн.}$$

Якщо виразити магнітний потік через співвідношення $\Phi = SB$, а магнітну індукцію – через співвідношення $B = \mu_a H$, де $H = \omega I / l_{cp}$, то отримаємо інше співвідношення для визначення індуктивності:

$$L = \frac{\mu_a \omega^2 S}{l_{cp}},$$

де μ_a - абсолютна магнітна проникливість осердя; для не ферромагнітного матеріалу $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

З цього виразу слідує, що індуктивність не залежить від струму і магнітного потоку в котушці. Вона залежить виключно від розмірів котушки, числа її витків і абсолютної магнітної проникливості середовища.

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$L_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-2}} = 0,025 \text{ мГн,}$$

тобто той же результат.

б) Напруженість (H_{cm}) магнітного поля в осерді з електротехнічної сталі знаходимо за кривою намагнічування (рис. 4.2, б). При індукції $B=1,4$ Тл напруженість поля $H_{cm}=2000$ А/м.

Струм в обмотці

$$I_2 = \frac{l_{cp} H_{cm}}{\omega} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 2000}{100} = 5 \text{ А.}$$

Індуктивність котушки

$$L_2 = \frac{\omega \Phi}{I_2} = \frac{100 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{5} = 14 \text{ мГн}$$

або

$$L_2 = \frac{\mu_a \omega^2 S}{l_{cp}} = 14 \text{ мГн},$$

$$\text{де } \mu_a = \frac{B}{H_{cm}} = \frac{1,4}{2000} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Гн/м}.$$

З порівняння струмів для котушок з осердям з не феромагнітного матеріалу та з електротехнічної сталі можна зробити висновок, що при заданому потоці Φ наявність феромагнітного осердя значно зменшує струми в обмотках (струми намагнічування).

Заміна неферомагнітного осердя феромагнітним значно збільшує індуктивність котушки ($L_2/L_1 = 14/0,025 = 560$).

Задача 4.3. Котушка з кільцевим осердям (тороїд) має обмотку з числом витків $\omega=300$. Площа перерізу $S=16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Довжина середньої лінії $l_{cp}=0,48 \text{ м}$, струм в обмотці $I=1 \text{ А}$ (рис. 4.2, а). Вважаючи магнітне поле всередині котушки рівномірним, визначити магнітні потоки, якщо матеріал осердя: а) неферомагнітний; б) електротехнічна сталь, крива намагнічування якої наведена на рис. 4.2, а. Зробити висновки за результатами розрахунків.

Розв'язок. а) Напруженість магнітного поля всередині котушки з не феромагнітним осердям

$$H = \frac{\omega I}{l_{cp}} = \frac{300 \cdot 1}{0,48} = 625 \text{ А/м}.$$

Магнітний потік

$$\Phi_1 = SB = S\mu_0 H = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 625 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}.$$

б) Напруженість магнітного поля не залежить від матеріалу, тому $H_{cm}=625 \text{ А/м}$.

Магнітну індукцію для феромагнітного осердя знаходимо за кривою намагнічування сталі (рис. 4.2, а). При $H_{cm}=625 \text{ А/м}$ $B_{cm} \approx 1,1 \text{ Тл}$.

Магнітний потік

$$\Phi_1 = SB_{cm} = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1 = 17,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Таким чином, при однакових струмах в обмотках наявність феромагнітного осердя значно збільшує магнітний потік ($\Phi_1/\Phi_2=17,6 \cdot 10^{-4}/1,257 \cdot 10^{-6}=1400$). Це пояснюється тим, що в котушці із сталевим осердям магнітне поле створюється не тільки струмом в обмотці, але і за рахунок власного намагнічування сталі.

Задача 4.4. На замкненому осерді з електротехнічної сталі розміщені дві котушки (рис. 4.3). Струми котушок I_1, I_2 , число витків ω_1, ω_2 . Крива намагнічування дана на рис 4.2, б. Визначити: 1) магнітний потік в осерді та потокощеплення котушок; 2) те ж саме при зміні напрямку струму другої котушки, якщо $c=4 \text{ см}$, $I_1=3 \text{ А}$, $I_2=4$, $\omega_1=500$, $\omega_2=300$.

Розв'язок. 1. Дане магнітне коло є нерозгалуженим та однорідним. Довжина середньої лінії осердя $l=12c=0,48\text{м}$; площа перерізу $S=c^2=16\cdot 10^{-4}\text{м}^2$.

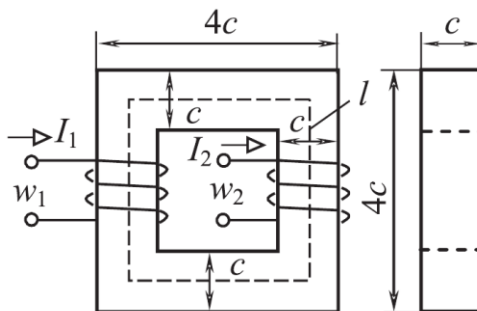


Рис. 4.3.

Магніторушійні сили (МРС) котушок

$$F_1 = \omega_1 I_1 = 500 \cdot 3 = 1500 \text{ А};$$

$$F_2 = \omega_2 I_2 = 400 \cdot 3 = 1200 \text{ А}.$$

Згідно правила правого гвинта при заданих напрямках струмів та намотці витків МРС котушок діє в осерді зустрічно. Напруженість магнітного поля

$$H = \frac{F_1 - F_2}{l} = \frac{1500 - 1200}{0,48} = 625 \text{ А/м}.$$

За кривою, наведеною на рис. 4.2, а, цій напруженості відповідає магнітна індукція $B=1,14\text{Тл}$.

Магнітний потік в осерді

$$\Phi = SB = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,14 = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$$

2. При зміні напрямку струму другої котушки МРС обох котушок діють на осердя узгоджено, тому напруженість поля

$$H = \frac{F_1 + F_2}{l} = \frac{1500 + 1200}{0,48} = 5620 \text{ А/м}.$$

Магнітна індукція $B=1,65\text{Тл}$ (за кривою на рис. 4.2, а), магнітний потік $\Phi = 2,64 \cdot 10^{-3}\text{Вб}$, потокощеплення $\psi_1 = 1,32\text{Вб}$, $\psi_2 = 0,792\text{Вб}$. Значне збільшення напруженості магнітного поля в цьому режимі привело до відносно невеликого приросту індукції та потоку в осерді, що пояснюється насиченням сталі осердя.

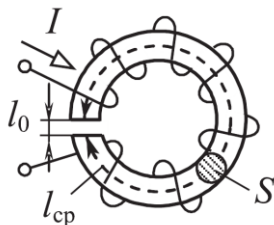


Рис. 4.4

Задача 4.5. В осерді з електротехнічної сталі (рис. 4.4) необхідно створити магнітну індукцію $B=1$ Тл. Крива намагнічування приведена на рис. 4.2, б. Число витків обмотки $\omega=200$, довжина середньої лінії осердя $l_{cp}=42,1$ см, площа перерізу $S=5$ см². Розрахувати струм в обмотці та магнітний опір магнітопроводу: а) за відсутності повітряного зазору в осерді; б) за наявності повітряного зазору $l_0=1$ мм.

Розв'язок. а) Напруженість (Нст) магнітного поля в осерді знаходимо за кривою намагнічування сталі. При $B=1$ Тл $H_{ст}=475$ А/м.

Струм в обмотці

$$I_1 = \frac{l_{cp} H_{cm}}{\omega} = \frac{42,1 \cdot 10^{-2} \cdot 475}{200} = 1 \text{ А.}$$

Магнітний опір магнітопроводу

$$R_{m.cm} = \frac{l_{cm}}{\mu_a S} = \frac{l_{cm}}{(B/H_{cm}) S} = \frac{42,1 \cdot 10^{-2}}{(1/475) \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом} \cdot \text{с.}$$

б) Магнітна індукція в сталі та в зазорі однакова (поток розсіювання нехтуємо): $B_{cm} = B_0 = 1$ Тл.

Напруженість магнітного поля в повітряному зазорі

$$H_0 = B_0 / \mu_0 = 1 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 800 \cdot 10^3 \text{ А/м.}$$

При наявності повітряного зазору МРС обмотки

$$\omega I_2 = l_{cp} H_{cm} + l_0 H_0 = 42,1 \cdot 10^{-2} \cdot 475 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 10^3 = 1000 \text{ А.}$$

Струм в обмотці

$$I_2 = \omega I_2 / \omega = 5 \text{ А.}$$

Магнітний опір повітряного зазору

$$R_{m0} = \frac{l_0}{\mu_0 S} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 16 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом} \cdot \text{с.}$$

Магнітний опір магнітопроводу з повітряним зазором

$$R_m = R_{m.cm} + R_{m0} = 20 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}} \gg R_{m.cm}.$$

Таким чином, наявність повітряного зазору в магнітопроводі вимагає значного збільшення МРС та струму в обмотці ($I_2/I_1 = 5$).

Задача 4.6. Підйомний електромагніт має осердя Ш-подібної форми (рис. 4.5) та якір з електротехнічної сталі, крива намагнічування наведена на рис. 4.2, б. На середньому стержні осердя розташована обмотка з числом витків $\omega=200$. Повітряні зазори між осердям і якорем $l_0=1$ мм. Визначити

струм в котушці, при якому електромагніт буде розвивати підйомну силу $F=2200\text{Н}$.

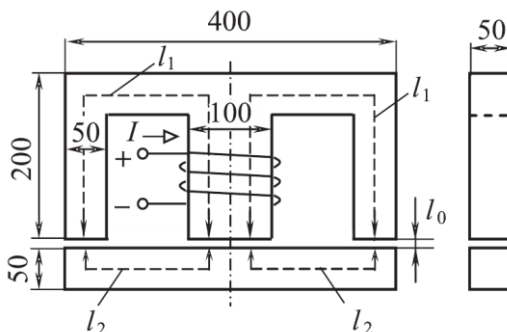


Рис. 4.5

Розв'язок. Магнітне коло електромагніту є розгалуженим симетричним колом, яке по осі симетрії можна розбити на два нерозгалужених кола, індукція на всіх ділянках яких однакова. Підйомна сила на один повітряний зазор кожного нерозгалуженого кола визначається наближеною формулою

$$F_1 = \frac{B_0^2}{2\mu_0} S,$$

де S – площа перерізу повітряного зазору бокового стержня ($S=25\text{см}^2$).

Сумарна підйомна сила електромагніту в 4 рази більше:

$$F = \frac{2B_0^2}{\mu_0} S,$$

звідки

$$B = \sqrt{\frac{F\mu_0}{2S}} = \sqrt{\frac{2200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}} = 0,74 \text{ Тл}.$$

За законом повного струму для кожного з симетричних контурів магнітного кола

$$\omega I = \sum IH;$$

$$\sum IH = l_1 H_1 + l_2 H_2 + 2l_0 H_0 = 1400 \text{ А},$$

де $H_1=H_2=310\text{А/м}$ (за кривою намагнічування для $B=0,74\text{Тл}$); $l_1=50\text{см}$; $l_2=20\text{см}$; $H_0=0,8 \cdot 10^6\text{В}=0,592 \cdot 10^6\text{А/м}$.

Струм

$$I = \sum IH / \omega = 1400 / 200 = 7 \text{ А}.$$

Контрольні задачі

Задача 4.7. По двом паралельним прямолінійним провідникам, радіус перерізу яких $R=4\text{м}$, проходить струм $I=200\text{А}$. Відстань між осями провідників 1м . Розрахувати напруженість магнітного поля в середній точці між осями провідників (на відстані $0,5\text{м}$ від осі кожного провідника) для двох випадків: струми проходять в протилежних напрямках; струми проходять в однакових напрямках.

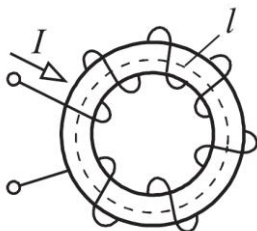


Рис. 4.6

Задача 4.8. При проходженні однакового струму по двох довгих паралельних провідниках, що знаходяться на відстані 1м один від одного, на кожний метр довжини провідника діє сила $F=2 \cdot 10^{-7}\text{Н}$. Визначити струм, що проходить по кожному з провідників.

Задача 4.9. На сталевому осерді кільцевої форми (рис. 4.6) розміщена котушка з числом витків $\omega=300$. Площа перерізу осердя $S=16\text{см}^2$, довжина середньої лінії $l=0,6\text{м}$. Струм котушки $I=1\text{А}$. Визначити потік в осерді та потокощеплення котушки.

Задача 4.10. Магнітний потік в повітряних зазорах магнітного кола, зображеного на рис. 4.7, $\Phi=0,48 \cdot 10^{-3}\text{Вб}$; $c=2\text{см}$, $l_0=1\text{мм}$. Визначити МРС котушки.

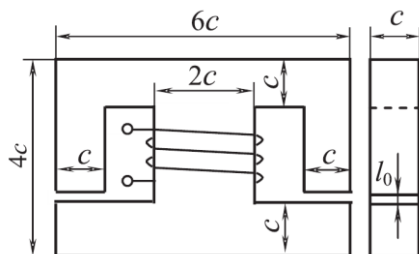


Рис. 4.7

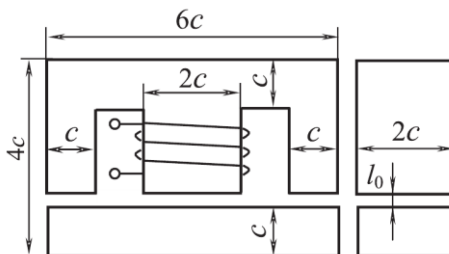


Рис. 4.8

Задача 4.11. На ярір електромагніту, зображеного на рис. 4.8, діє підйомна сила $F=1500\text{Н}$. Між полюсами осердя і ярком є зазор $l_0=0,5\text{мм}$; $c=3\text{см}$. Визначити магніторухійну силу обмотки електромагніту.

V. ТРАНСФОРМАТОРИ.

Задача 5.1. Однофазний трансформатор підключений до мережі напругою $U=380\text{В}$. Струм первинної обмотки $I_1=8\text{А}$, активна потужність навантаження вторинної обмотки кола $P_2=2\text{кВт}$, ККД трансформатора $\eta=92\%$. Визначити коефіцієнт потужності первинного кола.

Розв'язок. Знаходимо активну та повну потужності первинного кола трансформатора:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{2}{0,92} = 2,17 \text{ кВт}; \quad S_1 = U_1 I_1 = 3,04 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Коефіцієнт потужності первинного кола

$$\cos \varphi_1 = P_1 / S_1 = 2,17 / 3,04 = 0,714 .$$

Задача 5.2. Паспортні дані трансформатора наведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

$S_{ном},$ кВ · А	$U_{1ном},$ кВ	$U_{2ном},$ кВ	$i_x, \%$	$u_k, \%$	$P_x, \text{Вт}$	$P_k, \text{Вт}$	Спосіб з'єднання обмоток
40	10	0,4	3	4,7	175	1000	Y/Δ

Розрахувати напругу на вторинній обмотці трансформатора U_2 при активно-індуктивному та активно-ємнісному навантаженні, що складає 80% від номінального ($\beta=0,8$) та коефіцієнт потужності $\cos \varphi_2=0,6$ в обох випадках.

Розв'язок. Номінальні напруги – це лінійні напруги на затискачах трансформатора в режимі холостого ходу, а номінальні струми – це лінійні струми незалежно від схеми з'єднання обмоток.

Визначаємо активну та реактивну складові падіння напруги в фазі трансформатора:

$$\begin{aligned} u_{к.а.} &= \frac{R_k I_{1ном}}{U_{1ном} / \sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{R_k I_{1ном}}{3 I_{1ном}^2 U_{1ном} / \sqrt{3}} \cdot 100 = \\ &= \frac{P_k \cdot 100}{S_{ном}} = \frac{100 \cdot 100}{40 \cdot 10^3} = 2,5\% ; \end{aligned}$$

При активно-індуктивному навантаженні ($\varphi_2 > 0$) відносна зміна напруги

$$\Delta u_2 = \beta (u_{к.а.} \cos \varphi_2 + u_{к.р} \sin \varphi_2) = 0,8(2,5 \cdot 0,6 + 3,98 \cdot 0,8) = 3,75\% .$$

Напруга на вторинній обмотці

$$U_2 = (1 - \Delta u_2 / 100) U_{2ном} = (1 - 0,0375) \cdot 400 = 385 \text{ В}.$$

У випадку активно-ємнісного навантаження ($\varphi_2 < 0$)

$$\Delta u_2 = 0,8(2,5 \cdot 0,6 + 3,98(-0,8)) = -1,35\% ;$$

$$U_2 = (1 + 0,0135) \cdot 400 = 405,4 \text{ В}.$$

Таким чином, при роботі трансформатора на активно-ємнісне навантаження напруга вторинної обмотки підвищується на 1,35%.

Задача 5.3. Для трансформатора, паспортні дані якого наведені в табл. 5.1, визначити ККД при двох значеннях коефіцієнта потужності навантаження $\cos\varphi_2=1$ та $\cos\varphi_2=0,6$ і значеннях коефіцієнта навантаження $\beta=0,25; 0,5; 0,75; 1,0$, а також річний експлуатаційний ККД при тих же значеннях $\cos\varphi_2$ та β . Вважати, що трансформатор знаходиться під навантаженням $T_n=4200$ год в рік, а решту часу коло вторинної обмотки розімкнене. Побудувати діаграми залежностей ККД, втрат в сталі P_x та в міді P_m від β .

Розв'язок. Розрахунок ККД виконуємо за формулою

$$\eta = \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2}{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_k}$$

Річний експлуатаційний ККД

$$\eta_{p.e} = \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 \cdot T_n}{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 \cdot T_n + P_x T_0 + \beta^2 P_k T_n}$$

де $T_0=8760$ год. – загальна кількість годин в році, коли трансформатор ввімкнений в коло.

Результати розрахунків зведені в табл. 8.2.

Таблиця 5.2

β	η		$\eta_{p.e}$		$P_m=\beta^2 P_k$
	$\cos\varphi_2=1$	$\cos\varphi_2=0,6$	$\cos\varphi_2=1$	$\cos\varphi_2=0,6$	
0,25	0,977	0,962	0,959	0,933	62,5
0,50	0,979	0,966	0,970	0,951	250
0,75	0,976	0,960	0,970	0,951	562,5
1,00	0,971	0,953	0,967	0,946	1000

Як видно, зниження $\cos\varphi_2$ призводить до зменшення ККД трансформатора. Він досягає максимального значення при $\beta=0,42$, коли постійні втрати в сталі P_x дорівнюють змінним втратам в міді $P_m=\beta^2 P_k$.

Задача 5.4. Визначити струми аварійного короткого замикання однофазного трансформатора, номінальна потужність якого $S_{\text{ном}}=2,5\text{кВ}\cdot\text{А}$, номінальні напруги $U_{1\text{ном}}=220\text{В}$, $U_{2\text{ном}}=127\text{В}$, напруга короткого замикання $u_k=4\%$. Порівняти розраховані струми з номінальними.

Розв'язок. Струми аварійного короткого замикання первинної $I_{1к}$ та вторинний $I_{2к}$ обмоток, що встановилися:

$$I_{1к} = \frac{100}{u_k} I_{1\text{ном}} = \frac{100}{u_k} \frac{S_{\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} = \frac{100}{4} \frac{2,5 \cdot 10^3}{220} 284 \text{ А};$$

$$I_{2к} = n I_{1к} = \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} I_{1к} = \frac{220}{127} \cdot 284 = 492 \text{ А}.$$

Кратність струмів

$$I_{1к}/I_{1ном} = I_{2к}/I_{2ном} = 25.$$

В перехідному режимі максимальний струм короткого замикання i_{\max} (ударний струм) може бути значно більше струму режиму, що встановився.

Задача 5.5. Як розподілиться навантаження $S=1000\text{кВ}\cdot\text{А}$ між двома паралельно працюючими трансформаторами з рівними номінальними напругами первинної і вторинної обмоток? Технічні дані трансформаторів: $S_{номI}=400\text{кВ}\cdot\text{А}$, $u_{кI}=4,5\%$, $S_{номII}=630\text{кВ}\cdot\text{А}$, $u_{кII}=5,5\%$.

Розв'язок. Навантаження між паралельно працюючими трансформаторами розподіляється прямо пропорційно їх номінальним потужностям та обернено пропорційно напругам короткого замикання:

$$\frac{S_I}{S_{II}} = \frac{u_{кII}}{u_{кI}} \frac{S_{номI}}{S_{номII}}.$$

Враховуючи, що $S_{II} = S - S_I = 1000 - S_I$, знаходимо розподіл навантаження між трансформаторами:

$$\frac{S_I}{1000 - S_I} = \frac{5,5}{4,5} \frac{400}{630}; S_I = 437\text{кВ}\cdot\text{А}; S_{II} = 563\text{кВ}\cdot\text{А}.$$

Таким чином, нерівність напруг короткого замикання призводить до значного перевантаження одного з трансформаторів ($S_I > S_{номI}$).

Задача 5.6. Трансформатор характеризується наступними технічними даними: $S_{ном}=25\text{кВ}\cdot\text{А}$, $P_x=0,125\text{кВт}$, $P_k=0,6\text{кВт}$. Визначити коефіцієнт навантаження β , що відповідає максимальному ККД трансформатора, максимальний ККД при $\cos\varphi=0,8$.

Розв'язок. ККД трансформатора досягає максимального значення при рівності втрат в обмотках втратам в осерді $\beta^2 P_k = P_x$. Звідси

$$\beta_m = \sqrt{\frac{P_x}{P_k}} = \sqrt{\frac{0,125}{0,6}} = 0,456.$$

Розраховуємо активну потужність, яка споживається навантаженням:

$$P_2 = S_2 \cos\varphi_2 = \beta S_{ном} \cos\varphi_2 = 0,456 \cdot 25 \cdot 0,8 = 9,13\text{кВт}.$$

Максимальний ККД

$$\eta_{\max} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_k + \beta_m^2 P_k} = \frac{9,13}{9,13 + 0,125 + 0,125} = 0,973.$$

Контрольні задачі.

5.7. Для однофазного трансформатора дано $U_{1ном}=380\text{В}$, $U_{2ном}=220\text{В}$, $f=50\text{Гц}$, $S_{ном}=2\text{кВ}\cdot\text{А}$. Визначити число витків обох обмоток, якщо площа активного осердя $S_0=45\text{см}^2$, амплітуда магнітної індукції в ньому $B_m=1\text{Тл}$.

5.8. Визначити напругу U_2 при холостому ході та амплітуду магнітної індукції B_m в осерді трансформатора, дані якого наведені в задачі 5.7, якщо

він був помилково ввімкнений в мережу напругою $U_1=380\text{В}$ з боку обмотки нижчої напруги.

5.9. Номінальні дані трансформатора наведені в табл. 5.3

Таблиця 5.3

$S_{ном},$ кВ · А	$U_{1ном},$ кВ	$U_{2ном},$ кВ	$i_x, \%$	$u_k, \%$	$P_x, \text{Вт}$	$P_k, \text{Вт}$	Спосіб з'єднання обмоток
100	10	0,4	2,6	4,7	365	1970	Y/Δ

Визначити коефіцієнти трансформації фазних та лінійних напруг, номінальні струми в обмотках трансформатора, активні опори фази первинної та вторинної обмоток. Прийняти, що потужність втрат короткого замикання P_k поділяється порівну між первинною і вторинною обмотками.

5.10. Однофазний трансформатор ($S_{ном}=2,5\text{кВ} \cdot \text{А}$, $U_{1ном}=220\text{В}$, $U_{2ном}=127\text{В}$, $f=50\text{Гц}$, $P_x=39\text{Вт}$, $P_k=80\text{Вт}$, $u_k=4\%$) живить навантаження $Z_n=6,44e^{j26^\circ}\text{Ом}$. Визначити U_2 на навантаженні та ККД трансформатора.

VI. АСИНХРОННІ МАШИНИ.

Задача 6.1. На розрізі асинхронного двигуна з трифазною обмоткою статора, що складається з трьох однакових котушок, зміщених в просторі відносно одна одної на кут $2\pi/3$ (рис. 6.1, а), показати картину результуючого магнітного поля для двох моментів часу $\omega t_1=0$ та $\omega t_2= \pi/2$ (рис. 6.2, б). Для спрощення обмотка статора зображена одновитковими котушками $A - X$, $B - Y$, $C - Z$. Обмотка живиться трифазною системою струмів частотою $f_1=50$ Гц. Визначити число пар полюсів, частоту та напрямок обертання магнітного поля.

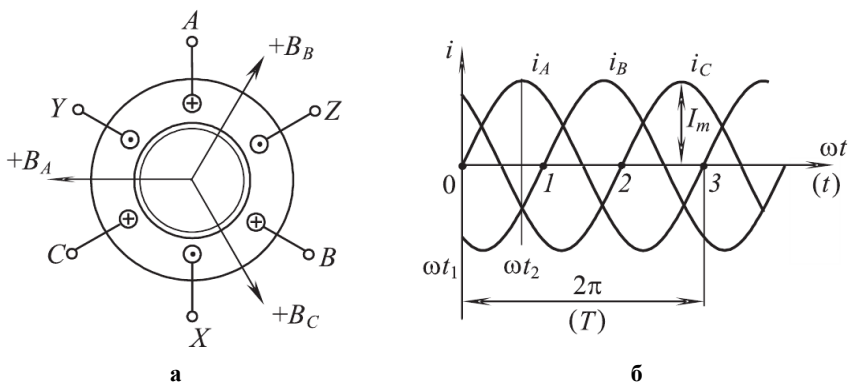


Рис. 6.1

Розв'язок. Доведемо, що в нерухомих котушках статора асинхронного двигуна утворюється кругове обертове магнітне поле. Для його збудження виконані дві умови: три однакові струми зміщені в просторі і в часі. Друга умова досягається завдяки тому, що котушки підключають до трифазної системи струмів, що мають зсув в часі на $1/3$ періоду (рис. 6.1, а):

$$i_A = I_m \sin \omega t ; i_B = I_m \sin(\omega t - 2\pi/3) ; i_C = I_m \sin(\omega t + 2\pi/3).$$

Умовно прийнемо, що струм фази позитивний, якщо він направлений від початку котушки (A, B, C) до її кінця (X, Y, Z), а негативний – від кінця до початку (рис. 6.1, а). Струм кожної котушки створює власне пульсуюче магнітне поле, магнітні індукції якого виражені рівняннями:

$$B_A = B_m \sin \omega t ; B_B = B_m \sin(\omega t - 2\pi/3) ; B_C = B_m \sin(\omega t + 2\pi/3).$$

Позитивний напрям векторів індукцій магнітного поля кожної котушки визначається за правилом правого гвинта і показаний на рис. 6.1, а.

Сума векторів магнітних індукцій котушок утворює результуюче магнітне поле

$$\vec{B}_\Sigma = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C.$$

Побудуємо рисунки результуючого магнітного поля та векторні діаграми магнітних індукцій для моментів часу $\omega t_1=0$ (рис. 6.2, а) та $\omega t_2= \pi/2$ (рис. 6.2, б).

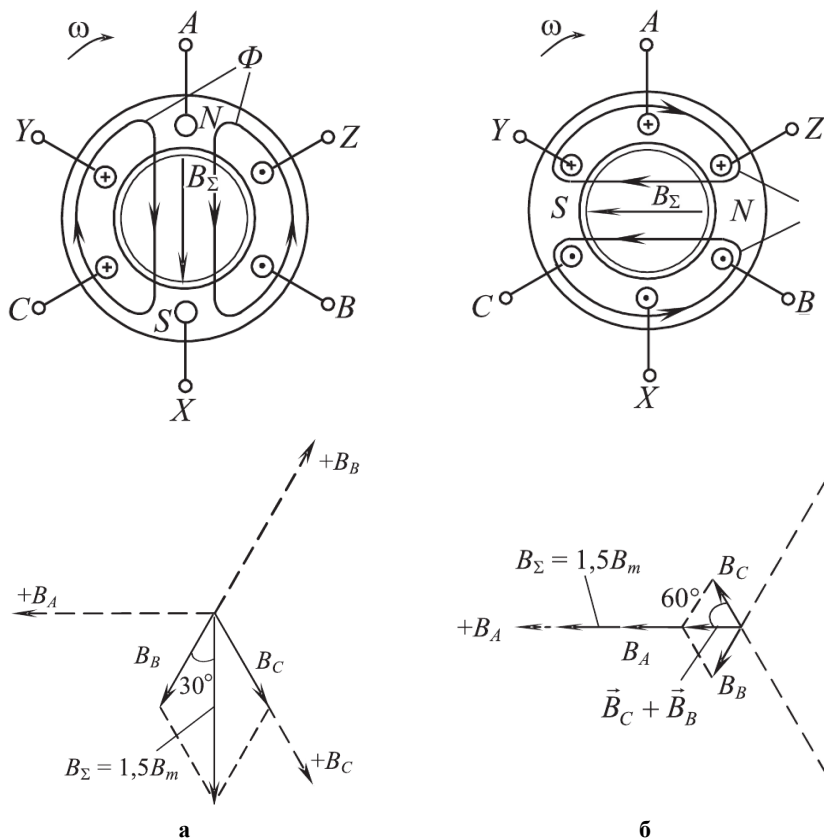


Рис. 6.2

В момент часу $\omega t_1=0$ струм фази A дорівнює нулю та індукція магнітного поля $B_A=0$. Струм фази B негативний, тобто направлений від кінця Y до початку B котушки. Індукція поля

$$B_B = B_m \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} B_m.$$

Струм фази C позитивний та направлений від початку C до кінця Z котушки, індукція магнітного поля

$$B_C = B_m \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m.$$

Результуюча індукція магнітного поля (рис. 6.2, а)

$$B_{\Sigma} = 2B_B \cos 30^\circ = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} B_m \cos 30^\circ = 1,5B_m.$$

На рис. 6.2, б зображена картина магнітного поля та векторна діаграма магнітних індукцій для моменту часу $\omega t_2 = \pi/2$ де:

$$B_A = B_m; B_B = B_m \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2} B_m;$$

$$B_C = B_m \sin 120^\circ = \frac{1}{2} B_m; B_{\Sigma} = B_m + \frac{1}{2} B_m = 1,5B_m.$$

З рис. 6.2 видно, що результуюче магнітне поле, не змінюючись за величиною ($B_{\Sigma} = 1,5B_m$), обертається по ходу часової стрілки та за $1/4$ періоду синусоїдального струму повертається в просторі на кут 90° , за період T здійснює повний оберт на 360° , за $1\text{с} - 1/T = f_1$ обертів, а за $1\text{хв} - 60f_1$ обертів. Розглянуте поле є дипольним, тобто має одну пару полюсів ($p=1$), частота його обертання $n_1 = 60f_1 \text{ хв}^{-1}$.

При промисловій частоті синусоїдального струму $f_1 = 50\text{Гц}$ частота обертання дипольного магнітного поля $n_1 = 3000 \text{ хв}^{-1}$. Вона постійна і називається синхронною.

Задача 6.2. Чотириполюсний двигун при номінальному навантаженні працює із ковзанням $s=0,03$. Знайти частоту обертання ротора і частоту струму ротору, якщо частота напруги мережі живлення $f_1 = 50\text{Гц}$.

Розв'язок. Синхронна частота обертального магнітного поля

$$n_1 = 60f_1/p = 60 \cdot 50/2 = 1500 \text{ хв}^{-1}.$$

Частота обертання ротора

$$n = (1-s)n_1 = (1-0,03) \cdot 1500 = 1455 \text{ хв}^{-1}.$$

Частота струму ротора асинхронного двигуна

$$f_2 = f_1 s = 50 \cdot 0,03 = 1,5\text{Гц}.$$

Задача 6.3. Асинхронний двигун з короткозамкненим ротором має такі номінальні параметри: $P_{ном} = 4\text{кВт}$, $s_{ном} = 0,0466$, $\eta_{ном} = 85\%$, $\cos\phi_{ном} = 0,84$, число пар полюсів $p=2$. Кратності: пускового струму $I_n/I_{ном} = 7$; максимального моменту $M_{max}/M_{ном} = 2,4$; пускового моменту $M_n/M_{ном} = 2$. Визначити частоту обертання ротора, номінальний момент $M_{ном}$, максимальний M_{max} та пусковий M_n моменти, номінальний та пусковий струми двигуна при з'єднанні обмоток статора зіркою та трикутником, якщо двигун розрахований на напругу $220/380\text{В}$ та частоту 50Гц .

Розв'язок. Якщо двигун розрахований на напругу $220/380\text{В}$, це означає, що номінальна напруга фази обмотки статора дорівнює 220В . При лінійній напрузі мережі 380В обмотки статора мають бути з'єднані зіркою, а при лінійній напрузі 220В – трикутником.

Синхронна частота обертання магнітного поля

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ хв}^{-1}.$$

Номинальна частота обертання ротора

$$n_{\text{н.ом}} = n_1(1 - s_{\text{н.ом}}) = 1500 \cdot (1 - 0,0466) = 1430 \text{ хв.}^{-1}.$$

Номинальний момент двигуна

$$M_{\text{н.ом}} = \frac{P_{\text{н.ом}}}{2\pi n_{\text{н.ом}}/60} = 9,55 \frac{P_{\text{н.ом}}}{n_{\text{н.ом}}} = 9,55 \frac{4000}{1430} = 26,7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

З заданих в умові кратностей моментів знаходимо максимальний та пусковий моменти:

$$M_{\text{max}} = 2,4M_{\text{н.ом}} = 2,4 \cdot 26,7 = 64,1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_n = 2 \cdot 26,7 = 53,4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Потужність, що споживається двигуном з мережі,

$$P_{1\text{н.ом}} = P_{\text{н.ом}}/\eta_{\text{н.ом}} = \frac{4}{0,85} = 4,705 \text{ кВт}.$$

З виразу $P_{1\text{н.ом}} = \sqrt{3}U_{\text{н.ом}}I_{\text{н.ом}} \cos \varphi_{\text{н.ом}}$ визначаємо струми двигуна при різних з'єднаннях обмоток статора.

Якщо обмотки статора з'єднані зіркою, то номінальний струм

$$I_{\text{н.ом}} = \frac{P_{1\text{н.ом}}}{\sqrt{3}U_{\text{н.ом}} \cos \varphi_{\text{н.ом}}} = \frac{4705}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,84} = 8,51 \text{ А}.$$

а пусковий струм

$$I_n = 7I_{\text{н.ом}} = 7 \cdot 8,51 = 59,57 \text{ А}.$$

Якщо обмотки статора з'єднані трикутником, то номінальний струм

$$I_{\text{н.ом}} = \frac{P_{1\text{н.ом}}}{\sqrt{3}U_{\text{н.ом}} \cos \varphi_{\text{н.ом}}} = \frac{4705}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,84} = 14,7 \text{ А}.$$

а пусковий струм

$$I_n = 7I_{\text{н.ом}} = 7 \cdot 14,7 = 102,9 \text{ А}.$$

Задача 6.4. Для двигуна, в якого $P_{\text{н.ом}}=4\text{кВт}$, $n_{\text{н.ом}}=950 \text{ хв.}^{-1}$, число пар полюсів $p=3$, кратність максимального моменту $k_M=M_{\text{max}}/M_{\text{н.ом}}=2,5$, побудувати залежність $M(s)$ та механічну характеристику $n(M)$.

Розв'язок. Механічні характеристики асинхронних двигунів можуть бути побудовані за технічними даними із використанням формули Клосса

$$M = \frac{2M_{\text{max}}}{s_k/s + s/s_k},$$

де M_{max} – максимальний (критичний) момент двигуна s_k – критичне ковзання, при якому двигун розвиває максимальний момент.

Синхронна частота обертання

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ хв.}^{-1}.$$

Визначаємо номінальне і критичне ковзання:

$$s_{\text{н.ом}} = \frac{n_1 - n_{\text{н.ом}}}{n_1} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05;$$

$$s_k = s_{\text{н.ом}} \left(k_M + \sqrt{k_M^2 - 1} \right) = 0,05 \left(2,5 + \sqrt{2,5^2 - 1} \right) = 0,24.$$

Номинальний момент двигуна

$$M_{\text{н.ом}} = 9,55 \frac{P_{\text{н.ом}}}{n_{\text{н.ом}}} = 9,55 \frac{4000}{950} = 40,21 \text{ Н} \cdot \text{ м}.$$

Максимальний момент

$$M_{\text{max}} = k_M M_{\text{н.ом}} = 2,5 \cdot 40,2 = 100,525 \text{ Н} \cdot \text{ м}.$$

Задаючись значеннями ковзання s від нуля до одиниці, розраховуємо залежність $M(s)$ за рівнянням

$$M = \frac{101,05}{0,24/s + s/0,24}.$$

Для побудови механічної характеристики $n(M)$ скористаємося співвідношенням $n = n_1(1-s)$.

Результати розрахунку зведені в табл. 6.1

Таблиця 6.1

s	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$n, \text{ хв.}^{-1}$	900	800	700	600	500	400	300	200	100	0
$M, \text{ Н} \cdot \text{ м}$	71,4	98,8	98,1	88,7	78,4	69,3	61,7	55,3	50	45,6

Характеристики $M(s)$ та $n(M)$ наведено на рис. 6.3.

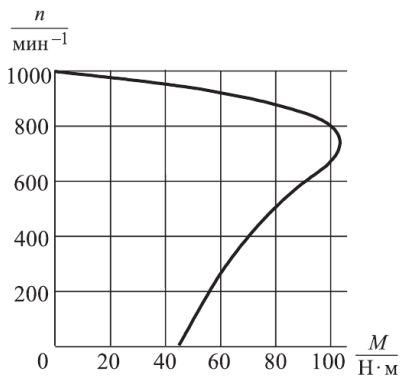
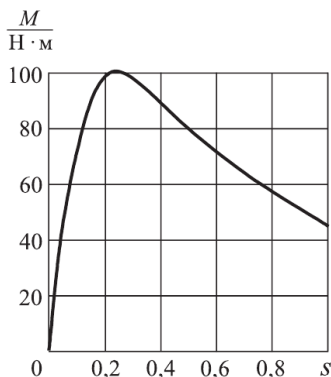


Рис. 6.3

Задача 6.5. Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором живиться від мережі напругою 380В. Двигун має наступні номінальні дані: $P_{\text{ном}}=1,7\text{кВт}$, $U_{\text{ном}}=220\text{В}$, $n_{\text{ном}}=1430 \text{ хв.}^{-1}$, $\eta_{\text{ном}}=81,5\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}}=0,85$. Кратність пускового струму при пуску без реостата та номінальній напрузі на затискачах статора $I_n/I_{\text{ном}}=7$, коефіцієнт потужності при пуску $\cos\varphi_n=0,2$.

Визначити схему з'єднання обмоток статора, номінальний та пусковий струми електродвигуна, опір короткого замикання на одну фазу, активний і індуктивний опір фази обмоток статора та ротора (приведені), критичне ковзання, вважаючи що $R_1 = R'_2 = R_k/2$ та $X_1 = X'_2 = X_k/2$. Розрахувати номінальний режим та пусковий моменти при пуску без реостату. Чи можливий при цьому запуск двигуна при номінальному навантаженні?

Розв'язок. Обмотки статора двигуна розраховані на напругу 220В. Фазна напруга мережі $U_\phi = U/\sqrt{3} = 380/\sqrt{3} = 220$ В. Отже, обмотки статора повинні бути з'єднані зіркою.

Номінальний струм

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U\eta_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{1700}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,815 \cdot 0,85} = 3,73 \text{ А.}$$

Пусковий струм $I_n = 7 \cdot 3,73 = 26,11$ А.

Повний Z_k , активний R_k та індуктивний X_k опори короткого замикання на одну фазу двигуна дорівнюють відповідно:

$$Z_k = U_\phi / I_n = 220/26,11 = 8,43 \text{ Ом;}$$

$$R_k = Z_k \cos \varphi_n = 8,43 \cdot 0,2 \approx 1,69 \text{ Ом;}$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{8,43^2 - 1,69^2} = 8,24 \text{ Ом.}$$

Знаходимо активний і індуктивний опір фази обмоток статора та ротора:

$$R_1 = R'_2 = R_k/2 = 1,69/2 \approx 0,85 \text{ Ом;}$$

$$X_1 = X'_2 = X_k/2 = 8,24/2 = 4,12 \text{ Ом.}$$

Критичне ковзання

$$s_k = \frac{R'_2}{X_k} = \frac{0,85}{8,24} = 0,103.$$

Номінальний момент

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{1700}{1430} = 11,35 \text{ Н} \cdot \text{ м.}$$

Максимальний момент

$$M_{\text{max}} = \frac{1}{2} M_{\text{ном}} \left(\frac{s_{\text{ном}}}{s_k} + \frac{s_k}{s_{\text{ном}}} \right) = \frac{1}{2} \cdot 11,35 \left(\frac{0,0466}{0,103} + \frac{0,103}{0,0466} \right) = 15 \text{ Н} \cdot \text{ м,}$$

$$\text{де } s_{\text{ном}} = \frac{n_1 - n_{\text{ном}}}{n_1} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,0466.$$

При пуску $s=1$. Тоді пусковий момент при запуску двигуна без реостата

$$M_n = \frac{2M_{\max}}{\frac{1}{s_k} + \frac{s_k}{1}} = \frac{2 \cdot 15}{\frac{1}{0,103} + \frac{0,103}{1}} = 3,06 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Оскільки $M_n < M_{\text{ном}}$, то запуск двигуна на номінальне навантаження неможливий без пускового реостата.

Задача 6.6. Трифазний асинхронний двигун, в якого $M_n/M_{\text{ном}}=1,3$, в нормальному режимі працює при з'єднанні обмоток статора трикутником. Чи можливий пуск цього двигуна при навантаженнях на валу, рівних 25% та 50% від номінального, якщо при пуску з'єднати його обмотки зіркою?

Розв'язок. При перемиканні обмоток статора з трикутника на зірку пусковий момент зменшується в 3 рази. Тому при навантаженні, рівному 25% від номінального,

$$\frac{1}{3} M_n \left/ \left(\frac{1}{4} M_{\text{ном}} \right) \right. = \frac{4}{3} \cdot 1,3 = 1,73,$$

відповідно, пуск двигуна можливий.

При навантаженні, рівному 50% від номінального,

$$\frac{1}{3} M_n \left/ \left(\frac{1}{2} M_{\text{ном}} \right) \right. = \frac{2}{3} \cdot 1,3 = 0,86$$

і пуск можливий.

Задача 6.7. Асинхронний двигун має на один полюс машини магнітний потік $\Phi=45 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$. Число витків обмоток статора $\omega_1=22$, ротора $\omega_2=8$. Обмоточні коефіцієнти $k_1=0,943$ та $k_2=0,965$. Частота струму мережі живлення $f_1=50 \text{ Гц}$. Визначити ЕРС, індуковані в обмотках статора та ротора двигуна, при пуску та при роботі з номінальним ковзанням $s_{\text{ном}}=7,7\%$.

Розв'язок. При нерухомому роторі магнітне поле перетинає провідники обмоток статора і ротора з однаковою частотою, тому $f_1=f_2$. Тоді ЕРС фази статора та ротора дорівнюють відповідно:

$$E_1 = 4,44 f_1 \omega_1 k_1 \Phi = 4,44 \cdot 50 \cdot 22 \cdot 0,943 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 207 \text{ В};$$

$$E_{2н} = 4,44 f_1 \omega_2 k_2 \Phi = 4,44 \cdot 50 \cdot 8 \cdot 0,965 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 77 \text{ В}.$$

У фазі ротора, що обертається, ЕРС

$$E_{2\text{ном}} = E_{2н} s_{\text{ном}} = 77 \cdot 0,077 = 6 \text{ В}.$$

Контрольні задачі

Задача 6.8. Яка частота обертання ротора шестиполусного асинхронного електродвигуна, якщо він приєднаний до мережі частотою $f_1=50 \text{ Гц}$ та має ковзання ротора $s=0,04$?

Задача 6.9. Асинхронний чотириполюсний двигун з короткозамкненим ротором має номінальне ковзання $s_{\text{ном}}=0,03$ та магнітний потік $\Phi=0,0275 \text{ Вб}$. Визначити ЕРС та частоту струму в роторі в момент пуску двигуна, якщо при номінальному навантаженні $E_{2\text{ном}}=1,83 \text{ В}$, $f_1=50 \text{ Гц}$.

Задача 6.10. Знайти значення та фазу номінального струму ротора асинхронного двигуна з контактними кільцями, якщо відомо, що $E_{2ном}=112\text{В}$, $R_2=0,08\text{ Ом}$, $X_2=2,4\text{ Ом}$ та $s_{ном}=0,025$.

VII. МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.

Задача 7.1. Напряга на затискачах генератора незалежного збудження (рис. 7.1) в режимі холостого ходу $U_x=230\text{В}$. Частота обертання якоря при цьому $n_x=1000\text{хв.}^{-1}$. Знайти напрягу на затискачах генератора під навантаженням, якщо частота обертання якоря при цьому зменшилась до $n_n=975\text{хв.}^{-1}$, а струм в колі якоря з опором $R_n=0,44\text{Ом}$ $I_n=25\text{А}$. Впливом реакції якоря знехтувати.

Розв'язок. При холостому ході ЕРС генератора дорівнює напрузі на його затискачах ($E=U_x=230\text{В}$). Вважаючи магнітний потік незмінним в обох режимах, можна записати

$$E = C_E n_x \Phi ; E_n = C_E n_n \Phi .$$

Звідки

$$E/E_n = n_x/n_n$$

та

$$E_n = E \frac{n_n}{n_x} = 230 \cdot \frac{975}{1000} = 224,25 \text{ В.}$$

Напряга на затискачах генератора під навантаженням

$$U_n = E_n - R_n I_n = 224,25 - 0,44 \cdot 25 = 213,25 \text{ В.}$$

Опір навантаження

$$R_n = U_n / I_n = 213,25 / 25 = 8,53 \text{ Ом.}$$

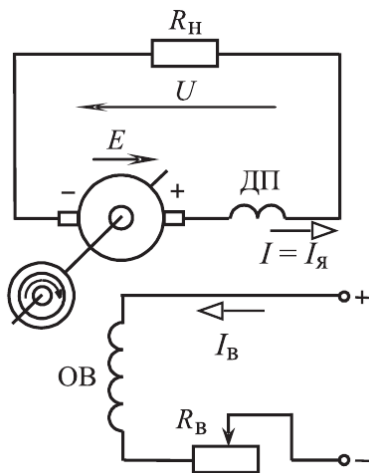


Рис. 7.1

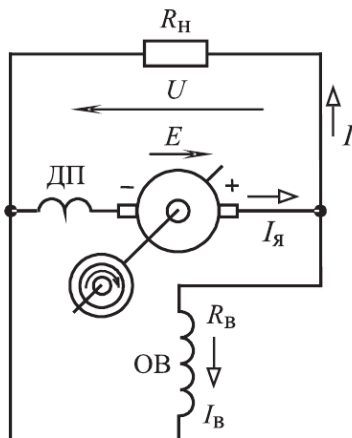


Рис. 7.2

Задача 7.2. Розрахувати струм якоря та ЕРС генератора паралельного збудження (рис. 7.2), якщо напруга на його затискачах в номінальному режимі $U_{\text{ном}}=230\text{В}$, опір якоря $R_{\text{я}}=0,425\ \text{Ом}$, обмотки збудження $R_{\text{н}}=1150\text{Ом}$, зовнішнього кола $R_{\text{н}}=3,8\ \text{Ом}$.

Розв'язок. Знаходимо

$$I_{\text{н.ом}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{н.ом}} = 230 / 3,8 = 60,5\ \text{А};$$

$$I_{\text{з}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{з}} = 230 / 115 = 2\ \text{А};$$

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{н.ом}} + I_{\text{з}} = 60,5 + 2 = 62,5\ \text{А}.$$

Визначаємо ЕРС генератора:

$$E = U_{\text{ном}} + R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}} = 230 + 0,425 \cdot 62,5 = 230 + 26,5 = 256,5\ \text{В}.$$

Задача 7.3. Частота обертання якоря генератора змішаного збудження $n=1450\text{хв}^{-1}$. Корисний момент на валу первинного двигуна в цьому режимі $M=23,7\text{Н}\cdot\text{м}$, струм якоря генератора $I_{\text{я}}=12,2\text{А}$, механічні втрати потужності $\Delta P_{\text{мех}}=60\text{Вт}$, магнітні втрати $\Delta P_{\text{с}}=140\text{Вт}$. Опір кола якоря $R_{\text{я}}=2,68\ \text{Ом}$, опір послідовної обмотки збудження головних полюсів $R_{\text{нос}}=0,85\ \text{Ом}$, опір паралельної обмотки $R_{\text{з}}=236\ \text{Ом}$, опір регулюючого реостата в колі збудження паралельної обмотки $R_{\text{р}}=244\ \text{Ом}$. Визначити ЕРС, ККД та напругу генератора, а також потужність, що віддається в зовнішнє коло.

Розв'язок. Потужність на валу генератора

$$P_1 = \frac{Mn}{9550} = \frac{23,7 \cdot 1450}{9550} = 3,6\ \text{кВт}.$$

Електромагнітна потужність генератора

$$P_{\text{ем}} = P_1 - \Delta P_{\text{мех}} - \Delta P_{\text{с}} = 3600 - 60 - 140 = 3,4\ \text{кВт}.$$

Знаходимо ЕРС та напругу на затискачах якоря:

$$E = \frac{P_{\text{ем}}}{I_{\text{я}}} = \frac{3,4 \cdot 10^3}{12,2} = 278,7\ \text{В};$$

$$U_{\text{я}} = E - R_{\text{я}} I_{\text{я}} = 278,7 - 2,68 \cdot 12,2 = 240\ \text{В}.$$

Струм збудження паралельної обмотки

$$I_{\text{с}} = \frac{U_{\text{я}}}{R_{\text{з}} + R_{\text{р}}} = \frac{240}{236 + 244} = 0,5\ \text{А}.$$

Струм генератора

$$I = I_{\text{я}} - I_{\text{с}} = 12,2 - 0,5 = 11,7\ \text{А}.$$

Напруга на затискачах генератора менше напруги на затискачах якоря на величину падіння напруги на послідовній обмотці збудження:

$$U = U_{\text{я}} - R_{\text{нос}} I = 240 - 0,85 \cdot 11,7 = 230\ \text{В}.$$

Потужність, що віддається генератором в зовнішнє коло,

$$P_2 = UI = 230 \cdot 11,7 = 2,7\ \text{кВт}.$$

Визначаємо ККД генератора:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2,7}{3,6} = 0,75.$$

Задача 7.4. Двигун паралельного збудження має такі дані: номінальна потужність $P_{ном}=3,2$ кВт, номінальна напруга $U_{ном}=110$ В, струм $I_{ном}=37,3$ А, частота обертання $n_{ном}=750$ хв.⁻¹. Опір обмотки якоря $R_я=0,2$ Ом, струм збудження $I_з.ном=2$ А. Визначити: 1) ККД двигуна та ЕРС при номінальному навантаженні; 2) ЕРС та частоту обертання при включенні послідовно з якорем опору $R=0,5$ Ом та струмі якоря $I_я=41$ А. Опір паралельної обмотки залишається при цьому незмінним. Дією реакції знехтувати.

Розв'язок. 1. ККД двигуна

$$\eta = \frac{P_{ном}}{P_{1ном}} = \frac{3,2}{110 \cdot 37,3} = 0,78,$$

де $P_{1ном}=U_{ном}I_{ном}$ – потужність, що споживається двигуном від мережі.

Струм якоря двигуна при номінальному навантаженні

$$I_{я.ном} = I_{ном} - I_{з.ном} = 37,3 - 2 = 35,3 \text{ А.}$$

Визначасмо ЕРС двигуна при номінальному навантаженні:

$$E_{ном} = U_{ном} - R_я I_{я.ном} = 110 - 0,2 \cdot 35,3 \approx 103 \text{ В.}$$

2. При струмі якоря 41А та ввімкненні в коло якоря опору $R=0,5$ Ом ЕРС двигуна

$$E_2 = U_{ном} - I_я (R_я + R) = 110 - 41(0,2 + 0,5) \approx 81,3 \text{ В.}$$

Нехтуючи реакцією якоря, можна записати співвідношення

$$n_2/n_{ном} = E_2/E_{ном},$$

звідки

$$n_2 = n_{ном} \frac{E_2}{E_{ном}} = 750 \cdot \frac{81,3}{103} = 592 \text{ хв.}^{-1}.$$

Задача 7.5. Двигун паралельного збудження має номінальну напругу $U_{ном}=220$ В, струм $I_{ном}=12,5$ А, опір обмоток якоря та додаткових полюсів $R_я=1,25$ Ом, опір обмотки збудження $R_з=860$ Ом, частоту обертання $n_{ном}=3000$ хв.⁻¹, число провідників обмотки якоря $N=432$, число полюсів $2p=4$, число паралельних віток $2a=2$, падіння напруги в контактах щіток $\Delta U_{щ}=2$ В. Розрахувати додатковий опір $R_о$, який необхідно підключити в коло якоря, щоб частота обертання понизилася до $n=2000$ хв.⁻¹ при незмінних струмах якоря та збудження.

Розв'язок. Струм збудження

$$I_з = U_{ном}/R_з = 220/860 = 0,26 \text{ А.}$$

Номінальний струм якоря

$$I_{я.ном} = I_{ном} - I_з = 12,5 - 0,26 = 12,24 \text{ А.}$$

Знаходимо ЕРС двигуна при частоті обертання $n=3000$ хв.⁻¹:

$$E_{ном} = U_{ном} - R_я I_{я.ном} - \Delta U_{щ} = 220 - 12,24 \cdot 1,25 - 2 = 202,7 \text{ В}$$

де $\Delta U_{щ}$ - падіння напруги в контактах щіток.

Магнітний потік

$$\Phi_{ном} = \frac{E_{ном}}{C_E n_{ном}} = \frac{202,7}{14,4 \cdot 3000} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ Вб},$$

$$\text{де } C_E = \frac{pN}{60a} = \frac{2 \cdot 432}{60 \cdot 1} = 14,4.$$

Оскільки за умовою задачі струм збудження не змінюється, то незмінним залишається магнітний потік. Отже,

$$E = C_E n \Phi_{ном} = 14,4 \cdot 2000 \cdot 4,7 \cdot 10^{-3} = 135,4 \text{ В}.$$

Додатковий опір знайдемо з рівності

$$U_{ном} = E + I_{я,ном} R_я + I_{я,ном} R_о + \Delta U_{щ}.$$

Звідки

$$R_о = \frac{U_{ном} - E - \Delta U_{щ}}{I_{я,ном}} - R_я = \frac{220 - 135,4 - 2}{12,24} - 1,25 = 5,5 \text{ Ом}.$$

При частоті обертання $n_{ном} = 3000 \text{ хв}^{-1}$ електромагнітна потужність

$$P_{ем,ном} = E_{ном} I_{я,ном} = 202,7 \cdot 12,24 = 2,48 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 2,48 \text{ кВт}.$$

При частоті обертання $n_{ном} = 2000 \text{ хв}^{-1}$ електромагнітна потужність

$$P_{ем} = E I_{я,ном} = 135,4 \cdot 12,24 = 1,66 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 1,66 \text{ кВт}.$$

Зміна електромагнітної потужності

$$\Delta P_{ном} = P_{ем,ном} - P_{ем} = 2,48 - 1,66 = 0,82 \text{ кВт}.$$

Обертовий момент двигуна

$$M = C_M \Phi_{ном} I_я = 137,6 \cdot 4,7 \cdot 10^{-3} \cdot 12,24 = 7,9 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\text{де } C_M = \frac{pN}{2\pi a} = \frac{2 \cdot 432}{2 \cdot 3,14 \cdot 1} = 137,5.$$

Обертовий момент залишається незмінним, оскільки струм якоря та потік не змінились.

Задача 7.6. Двигун паралельного збудження, підключений до мережі напругою $U_{ном} = 220 \text{ В}$, має параметри $I_{ном} = 136 \text{ А}$, опір обмотки якоря та додаткових полюсів $R_я 20^\circ = 0,102 \text{ Ом}$, обмотки збудження $R_z 20^\circ = 44 \text{ Ом}$, ККД двигуна при номінальній напрузі $\eta_{ном} = 83\%$. Побудувати діаграму $n(I_я)$ при $U = \text{const}$ в діапазоні зміни навантаження від холостого ходу до номінального, якщо потік на один полюс двигуна $\Phi = 41,12 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ (реакцією якоря знехтувати), число провідників якоря $N = 420$, число пар полюсів $p = 2$, число пар паралельних віток $a = 2$. Визначити електромагнітний момент при номінальному навантаженні.

Розв'язок. Частота обертання якоря

$$n = \frac{U - R_я I_я}{C_E \Phi},$$

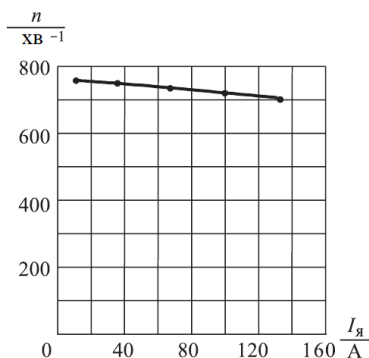
$$\text{де } C_M = \frac{pN}{60a} = \frac{2 \cdot 420}{60 \cdot 2} = 7.$$

Частота обертання при холостому ході ($I_{я,x}=10A$)

$$n_x = \frac{220 - 10 \cdot 0,124}{7 \cdot 41,12 \cdot 10^{-3}} = 760 \text{ хв.}^{-1}.$$

Таблиця 7.1

$I_{я}, A$	10	33	66	99	132
$n, \text{хв.}^{-1}$	760	750	736	722	707



Задаючись значеннями струму якоря, рівними 25, 50, 75, 100% $I_{я,ном}$, знайдемо відповідні їм частоти обертання якоря. Результати розрахунку зведені в табл. 7.1 Діаграма $n(I_{я})$ двигуна наведена на рис. 7.3.

Електромагнітний момент двигуна при номінальному навантаженні

$$M = 9550 \frac{P_{ном}}{n_{ном}} = \frac{9550 \cdot 25}{707} = 337,7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Рис. 7.3

Контрольні задачі

Задача 7.7. Генератор постійного струму паралельного збудження має наступні номінальні дані: $U_{ном}=220V$, опір обмоток якоря та збудження в нагрітому стані $R_{я}=0,425 \text{ Ом}$, $R_{з}=110 \text{ Ом}$. Опір зовнішнього кола $R_{н}=3,8 \text{ Ом}$. Знайти ЕРС генератора.

Задача 7.8. Опір обмотки якоря генератора паралельного збудження $R_{я}=0,02 \text{ Ом}$. Опір обмотки збудження $R_{з}=40 \text{ Ом}$. Опір навантаження $R_{н}=2,2 \text{ Ом}$. Визначити напругу при номінальному навантаженні, якщо ЕРС генератора дорівнює 232,1В.

Задача 7.9. Напруга на затискачах генератора паралельного збудження $U=115V$ при струмі навантаження $I=5,2A$. Знайти струм в колі якоря та корисну потужність, якщо опір кола збудження в нагрітому стані $R_{з}=143 \text{ Ом}$.

Задача 7.10. Двигун паралельного збудження має такі дані: $U_{ном}=220V$, $I_{ном}=35,71A$, опір обмоток якоря та додаткових полюсів при температурі $15^{\circ}C$ $R_{я}=0,376 \text{ Ом}$, опір обмотки збудження в нагрітому стані $R_{з}=310 \text{ Ом}$. Число провідників обмотки якоря $N=744$, число полюсів $2p=4$, число паралельних віток $2a=2$. Магнітний потік $\Phi=0,71 \cdot 10^{-2} \text{ Вб}$. Який опір необхідно включити в коло якоря, щоб при номінальній частоті обертання та незмінному струмі якоря струм можна було зменшити на 20%.

VIII. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ДІОДИ ТА ВИПРЯМЛЯЧІ.

Задача 8.1. Кремнієвий діод Д210 працює в колі (рис. 8.1,а) при прямому струмі $I_{np}=100\text{мА}$. Вольт-амперна характеристика діода наведена на рис. 8.2,б. Визначити прямий опір діода та вихідну напругу U_{2cep} , якщо на вході кола $u_1=4\sin\omega t$ В.

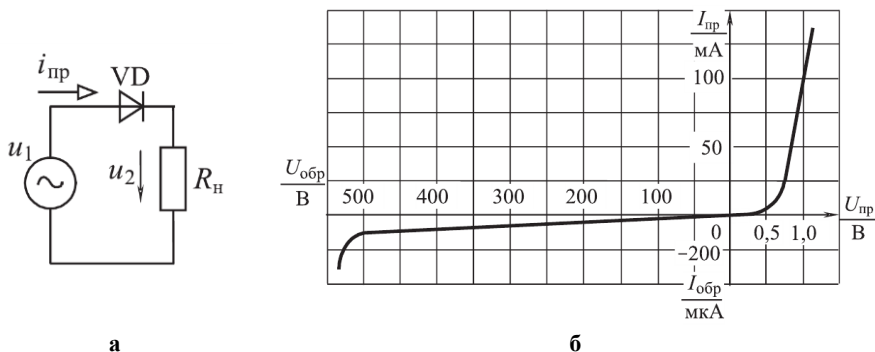


Рис. 8.1

Розв'язок. По ВАХ діода $I(U)$ діода при заданому струмі $I_{np}=100\text{мА}$ знаходимо $U_{np}=1\text{В}$. Тоді

$$R_{np} = U_{np} / I_{np} = 1 / (100 \cdot 10^{-3}) = 10 \text{ Ом.}$$

Середнє значення вхідної напруги

$$U_{1cep} = \frac{1}{\pi} U_{1m} = \frac{1}{\pi} \cdot 4 = 1,32 \text{ В.}$$

Вихідна напруга

$$U_{2cep} = U_{1cep} - U_{np} = 1,32 - 1 = 0,32 \text{ В.}$$

Задача 8.2. Вибрати діоди для мостового випрямляча (рис. 8.2), якщо в резисторі навантаження опором $R_n=110 \text{ Ом}$ випрямлений струм $I_{n,cep}=1\text{А}$.

Розрахувати також коефіцієнт трансформації та потужність трансформатора, підключеного до мережі напругою $U_1=220\text{В}$.

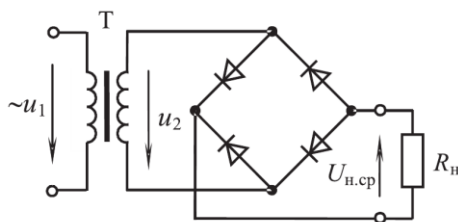


Рис. 8.2

Розв'язок. Середнє значення напруги на навантаженні

$$U_{n,cep} = R_n I_{n,cep} = 110 \cdot 1 = 110 \text{ В.}$$

Діючи значення напруги вторинної обмотки трансформатора розраховуємо, скориставшись табл. 8.1

кількісних співвідношень напруг, струмів та потужностей для різних схем випрямлення:

$$U_2 = 1,11U_{н.сер} = 1,11 \cdot 110 = 122 \text{ В.}$$

Таблиця 8.1.

Схема випрямлення	Співвідношення для вибору				Коефіцієнт пульсацій
	діодів		трансформатора		
	$\frac{U_{звор\max}}{U_{н.сер}}$	$\frac{I_\delta}{I_{н.сер}}$	$\frac{U_{2\phi}}{U_{н.сер}}$	$\frac{P_T}{P_n}$	
Однопівперіодна ($m=1$)	3,14	1	2,22	3,0...3,5	1,57
Однофазна мостова ($m=2$)	1,57	½	1,11	1,23	0,667
Двопівперіодна з мулевим виводом трансформатора ($m=2$)	3,14	½	1,11	1,48	0,667
Трифазна мостова ($m=6$)	1,045	1/3	0,427	1,045	0,057
Трифазна з мулевим виводом трансформатора ($m=3$)	2,09	1/3	0,855	1,34	0,25

Амплітуда зворотної напруги на діодах

$$U_{звор\max} = 1,57U_{н.сер} = 1,57 \cdot 110 = 173 \text{ В.}$$

Оскільки струм проходить через діоди тільки ½ періоду, то струм діодів

$$I_\delta = I_{н.сер} / 2 = 0,5 \text{ А.}$$

Діоди обираємо за двома параметрами: прямим струмом $I_{пр}$ та амплітудою максимально допустимого зворотної напруги $U_{звор\max}$, які повинні бути не менше розрахункових значень. Струму $I_\delta=0,5\text{А}$ на напрузі $U_{звор\max}=173\text{В}$ задовольняє діод Д229И.

Коефіцієнт трансформації трансформатора

$$n = U_1 / U_2 = 220 / 122 = 1,8.$$

Для вибору типового трансформатора визначаємо розрахункову потужність трансформатора:

$$P_T = 1,23P_n = 1,23U_{н.сер}I_{н.сер} = 1,23 \cdot 110 \cdot 1 = 135 \text{ Вт.}$$

Найближча стандартна потужність

$$S_{ном} = 160 \text{ В} \cdot \text{А} > P_T = 135 \text{ Вт.}$$

Задача 8.3. В колі (рис. 8.2) визначити середнє значення напруги на навантаженні, зворотну напругу діодів та амплітуду пульсацій напруги навантаження, якщо $U_2=10\text{В}$. Падінням напруги в діодах знехтувати.

Розв'язок. Середнє значення напруги навантаження

$$U_{н.сеп} = U_2/1,11 = 10/1,11 = 9 \text{ В.}$$

Зворотна напруга діодів

$$U_{звор\max} = 1,57U_{н.сеп} = 1,57 \cdot 9 = 14,1 \text{ В.}$$

Коефіцієнт пульсацій k_n – це співвідношення амплітуди основної гармоніки до середнього значення випрямленої напруги $U_{н.сеп}$.

Для двопівперіодного випрямляча випрямлена напруга представляється гармонічним рядом

$$u_n = U_{н.сеп} \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right).$$

Тоді

$$k_n = \frac{2}{3} U_{н.сеп} / U_{н.сеп} = \frac{2}{3} = 0,667.$$

Амплітуда пульсацій

$$U_{mn} = k_n U_{н.сеп} = 0,667 \cdot 9 = 6 \text{ В.}$$

Задача 8.4. Розрахувати і вибрати простий згладжуючий фільтр (індуктивний або ємнісний) в випрямлячі (рис. 8.2) для отримання коефіцієнта пульсацій напруги навантаження $k_{n2}=0,01$ при двох значеннях опору навантаження: $R_n=10 \text{ Ом}$ та $R_n=1\text{кОм}$. Частота мережі живлення $f=50\text{Гц}$.

Розв'язок. Необхідний коефіцієнт згладжування випрямленої напруги

$$k_{згЛ} = k_{n1}/k_{n2} = 0,667/0,01 = 66,7,$$

де k_{n1} - коефіцієнт пульсацій на виході двопівперіодного випрямляча без фільтра (табл. 8.1).

Співвідношення для розрахунку елементів фільтра наведені в табл. 8.2, де m - число пульсацій (фаз) випрямленої напруги.

Таблиця 8.2

Тип фільтра	Коефіцієнт згладжування
Простий ємнісний	$k_{згЛC} = m\omega C_\phi R_n$
Простий індуктивний	$k_{згЛL} = m\omega L_\phi / R_n$
Г-подібний LC-фільтр	$k_{згЛГ} = m^2 \omega^2 L_\phi C_\phi$
Г-подібний LC-фільтр	$k_{згЛГ(RC)} = (0,5 \dots 0,9) m\omega R_\phi C_\phi$

При $R_n=10 \text{ Ом}$ знаходимо:

$$C_{\phi} = \frac{k_{32LC} \cdot 10^6}{m\omega R_n} = \frac{66,7 \cdot 10^6}{2 \cdot 314 \cdot 10} = 10\,600 \text{ мкФ};$$

$$L_{\phi} = \frac{k_{32L} \cdot R_n}{m\omega} = \frac{66,7 \cdot 10}{2 \cdot 314} = 1,06 \text{ Гн.}$$

При $R_n=1\text{кОм}$ отримаємо: $C_{\phi}=106\text{мкФ}$, $L_{\phi}=106\text{Гн}$.

З розрахунків видно, що для низькоомного навантаження варто взяти індуктивний фільтр, оскільки велика ємність C_{ϕ} ; для високоомного навантаження ($R_n=1\text{кОм}$) – ємнісний фільтр $C_{\phi}=106\text{мкФ}$.

Задача 8.5. Розрахувати П-подібний LC-фільтр до однофазного мостового випрямляча з опором $R_n=110\text{ Ом}$ для забезпечення коефіцієнта пульсацій вихідної напруги $k_{n2}=0,01$, якщо частота мережі $f=50\text{Гц}$.

Розв'язок. Розглянемо П-подібний LC-фільтр (рис. 8.3) як багатоланковий фільтр, коефіцієнт згладжування якого

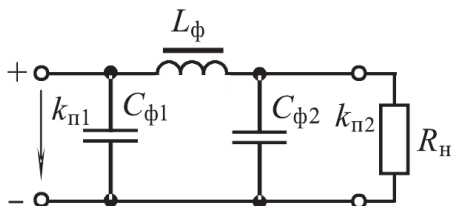


Рис. 8.2

$$k_{32ЛП} = k_{32LC} k_{32L}.$$

Задаємося ємністю $C_{\phi}=100\text{мкФ}$ та розраховуємо коефіцієнт згладжування ємнісного фільтра:

$$k_{32LC} = m\omega C_{\phi 1} R_n = 2 \cdot 314 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 110 = 6,9,$$

де $m=2$; $\omega = 2\pi f = 314 \text{ с}^{-1}$.

За необхідним значенням

$$k_{32ЛП} = k_{n1}/k_{n2} = 0,667/0,01 = 66,7$$

визначаємо:

$$k_{32ЛГ} = k_{32ЛП}/k_{32LC} = 66,7/6,9 = 9,7.$$

Оскільки коефіцієнт згладжування Г-подібного фільтра (табл. 8.2)

$$k_{32ЛГ} = m^2 \omega^2 L_{\phi} C_{\phi}, \text{ то}$$

$$L_{\phi} C_{\phi 2} = \frac{k_{32ЛГ}}{m^2 \omega^2} = \frac{9,7 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^5} = 24,2 \text{ Гн} \cdot \text{мкФ}.$$

Задаємося значеннями $C_{\phi 2}=100\text{мкФ}$ (звичай обирають $C_{\phi 2}=(1\dots 2)C_{\phi 1}$) та знаходимо індуктивність дроселя:

$$L_{\phi} = L_{\phi} C_{\phi 2} / C_{\phi 2} = 24,2/100 = 0,242 \text{ Гн.}$$

Контрольні задачі

Задача 8.6. В колі з однопівперіодним випрямлячем через резистор навантаження опором $R_n=500\text{ Ом}$ проходить струм $I_{н,ср}=0,1\text{А}$. Вибрати тип

діода та розрахувати коефіцієнт трансформації та потужність трансформатора, якщо напруга мережі живлення $U_1=220\text{В}$.

Задача 8.7. Акумуляторна батарея, ЕРС якої $E=12\text{В}$, внутрішній опір $R_0=1\text{ Ом}$, заряджається через однофазний мостовий випрямляч, підключений до трансформатора з вторинною напругою $u_2=22\sin\omega t\text{ В}$. Накреслити електричну схему зарядної установки та визначити середнє значення зарядного струму.

Задача 8.8. Розрахувати вхідну напругу U_2 (лінійну) та обрати діоди для трифазного мостового випрямляча, якщо середні значення напруги та струму навантаження $U_{н.сер}=100\text{В}$, $I_{н.сер}=10\text{А}$.

Задача 8.9. Визначити параметри Γ -подібного LC -фільтра до однопівперіодного випрямляча, якщо коефіцієнт пульсацій напруги $k_{n2}=0,02$, частота мережі живлення $f=50\text{Гц}$, опір навантаження $R_n=200\text{ Ом}$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Будіщев М.С. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка. Підручник/ М.С. Будіщев - Львів: Афіша, 2001.
2. Рекус Г.Г. Сборник задач по электротехнике и основам электроники/ Г.Г. Рекус, А.И. Белоусов - М: Высш. школа, 1991.
3. Бладько Ю.В. Сборник задач по электротехнике и электронике/ Ю.В. Бладько – Минск: Высш. школа, 2012.
4. Малинівський С.М. Загальна електротехніка: Підручник/ С.М. Малинівський – Львів: Видавництво "Бескид Біт", 2003.
5. Колонтаєвський Ю.П., Промислова електроніка та мікросхемотехніка: теорія і практикум/ Ю.П. Колонтаєвський, А.Г.Сосков – К.: Каравела, 2003.